

# GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO PARA ADQUIRIR COMPETENCIAS EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

C. A. Ortiz Hermosillo<sup>1</sup>  
M. E. Mejía Maldonado<sup>2</sup>

## RESUMEN

Esta ponencia presenta los resultados obtenidos de un estudio de caso, realizado con los estudiantes de segundo semestre de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica en el Tecnológico Nacional de México campus Instituto Tecnológico de Matamoros. En esta investigación se hizo uso de GeoGebra, un software libre que proporciona una excelente opción para mejorar la actividad central de las Matemáticas en la resolución de problemas y como herramienta para la enseñanza del Cálculo Diferencial. El estudio se realizó mediante cuatro etapas: recolección de información, análisis de datos y diseño de actividades a realizar, análisis estadísticos y resultados, donde se muestra un mayor porcentaje en la acreditación de la unidad y adquisición de contenidos. Además, de facilitar la obtención y generación de competencias genéricas.

## ANTECEDENTES

Carbonell (2002) define la innovación educativa como “conjunto de ideas, procesos y estrategias, más o menos sistematizados, mediante los cuales se trata de introducir y provocar cambios en las prácticas educativas vigentes”. Por otra parte, Blanco y Messina (2000) señalan como características de la innovación educativa:

1. Novedad, debido a que produce una mejora en una situación determinada, a partir de la aplicación de algo nuevo a la misma.
2. Intencionalidad, porque la mejora resulta de una propuesta deliberada y planeada.
3. Interiorización, puesto que implica aceptación y apropiación del cambio por parte de los usuarios.
4. Creatividad, al identificar estrategias que aprovechen los recursos existentes.
5. Sistematización, porque puede aplicarse como un proceso que incluye la evaluación del mismo para mejorar los resultados.
6. Profundidad, al generar transformación de cómo se concibe la práctica educativa.
7. Pertinencia, representando una solución a una problemática definida.
8. Orientada a los resultados, como medio para alcanzar las metas propuestas.
9. Permanencia, porque puede aplicarse durante el tiempo que se requiera.
10. Anticipación, teniendo los objetivos de la innovación definidos.
11. Cultura, debido a que puede implementarse e instituirse.
12. Diversidad de agentes, puesto que permite la colaboración de diferentes agentes en su aplicación.

En este estudio se hizo uso del software matemático interactivo libre. Según Jiménez, J. y Jiménez, S. (2017) innovar la educación es introducir en sus técnicas de enseñanza el uso de la tecnología para el aprendizaje de los diversos conceptos y aplicaciones, GeoGebra, como herramienta innovadora para la enseñanza del Cálculo Diferencial, observando en su

<sup>1</sup> Profesora de Asignatura de Ciencias Básicas. Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Matamoros. [citlalin.ortiz@itmatamoros.edu.mx](mailto:citlalin.ortiz@itmatamoros.edu.mx)

<sup>2</sup> Jefa del Departamento de Ciencias de la Tierra. Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Matamoros. [martha.mejia@itmatamoros.edu.mx](mailto:martha.mejia@itmatamoros.edu.mx)

aplicación las características antes mencionadas, con la finalidad de provocar un cambio significativo en el proceso enseñanza-aprendizaje.

### **Planteamiento del problema**

En la materia de Cálculo Diferencial que se imparte a estudiantes de ingeniería, del Programa Educativo de Mecatrónica en el Instituto Tecnológico de Matamoros, se detecta que existen muchos distractores que no permiten la adquisición del conocimiento lo que se ve reflejado en altos índices de reprobación de la asignatura. En la mayoría de los casos, el principal distractor es el uso de aparatos tecnológicos como son: iPhone, iPad, tableta o laptop y se convierte en una lucha cotidiana del docente restringir su uso dentro del aula, para que los alumnos concentren su atención en la clase que se está impartiendo.

La formación profesional de los ingenieros no puede concebirse sin una sólida preparación en matemáticas, porque como establecen Vergel, Duarte y Martínez (2015), las matemáticas son consideradas la base de los procesos complejos del conocimiento, ya que es necesario que las personas posean el pensamiento crítico, reflexivo y analítico; donde éstas desarrollan la capacidad para razonar, formular y solucionar problemas. De ahí, la importancia de realizar acciones que favorezcan la solución de esta problemática.

Incluir actividades que despierten el interés por el estudio del cálculo, donde los estudiantes interactúen con la tecnología parece ser una buena solución, sin embargo, como menciona Ferrer (2008), “La tecnología no debe convertirse en el centro de atención hacia donde se enfoque el estudiante, sino el medio a través del cual ocurre el intercambio de información y conocimiento durante el proceso instruccional”.

### **Objetivo de la investigación**

Verificar si el uso de GeoGebra como herramienta para la enseñanza del Cálculo Diferencial, ayuda a mejorar la adquisición del conocimiento de la asignatura y el desarrollo de competencias específicas y genéricas.

### **Pregunta de investigación**

¿Cuál es el impacto del uso del software interactivo matemático GeoGebra en la enseñanza del Cálculo Diferencial para estudiantes de ingeniería?

### **Limitantes en la investigación**

La adquisición de GeoGebra no fue una limitante por tratarse de un software de uso libre y de fácil acceso, por lo que se les solicitó a los estudiantes que descargaran la herramienta, pero la primera limitante fue que no todos cuentan con celular o laptop para descargar la aplicación. Para solventar esto, la maestra les proyectó las actividades utilizando un cañón para tal fin y el programa desde su computadora.

Otra limitante fue el manejo del software, ya que, la mayoría de los estudiantes no la conocían, por lo que, fue necesario revisar algunos videos tutoriales para poder estar familiarizado con utilizarlo.

### Contexto de la investigación

El estudio de caso se llevó a cabo con un grupo de estudiantes de segundo semestre de la carrera de Ingeniería Mecatrónica, del Instituto Tecnológico de Matamoros. Se consideró hacer uso del software matemático interactivo GeoGebra para la solución y gráfica de funciones de la asignatura de Cálculo Diferencial como se ilustra en la Figura 1.

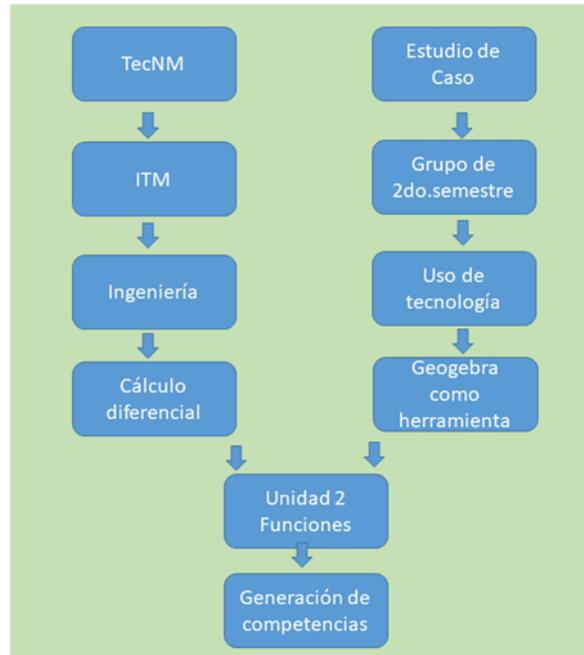


Figura 1. Contexto de la investigación

### Justificación del estudio

Llevar a cabo el estudio nos permitirá verificar el apoyo que ofrece el uso de la tecnología sobre el proceso educativo, específicamente el software GeoGebra. Además, analizar el proceso y que los resultados obtenidos sean difundidos en la Academia de Ciencias Básicas, a fin de que, otros docentes implementen esta innovación en su curso de Cálculo Diferencial para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje y aumentar los índices de aprobación de la materia.

## METODOLOGÍA

### Marco Teórico

En la actualidad, es común pensar que incluir actividades en el aula usando recursos tecnológicos, genera aceptación y motiva el interés en el total de los estudiantes; sin embargo, Badillo (1998), citado por Meza (2000), en una investigación realizada, cuestionó el hecho de que la incorporación del uso de software lleva implícito un efecto positivo al detectar falta de interés, asistencia y disciplina en estudiantes, señalando que no a todos los jóvenes les gusta sentarse frente a una computadora. Galvis (1992) hace hincapié en la necesidad de analizar el impacto y los beneficios que se obtienen con la utilización de software en la labor educativa.

Por otra parte, Kolman y Hill (1999) señalan que, los ambientes matemáticos apoyados con tecnología favorecen la motivación y la curiosidad intelectual del estudiante. En tanto que, Hernández y Rodríguez (1999) exponen que la enseñanza de las matemáticas demanda una gran preparación científica, por parte de los docentes, a fin de ser calificados técnica y profesionalmente para impartir dichas materias.

Hoy en día, existen en el mercado diversas herramientas para la enseñanza de las matemáticas a nivel superior; entre ellos, GeoGebra como software matemático interactivo libre para la educación se ha utilizado en universidades. Su creador Markus Hohenwarter comenzó el proyecto en el año 2001, como parte de su tesis en la Universidad de Salzburgo, lo continuó en la Universidad Atlántica de Florida (2006–2008), luego en la Universidad Estatal de Florida (2008–2009), y en la actualidad, en la Universidad de Linz, Austria.

GeoGebra está disponible para las plataformas de Microsoft Windows, Linux, Apple iOS 6.0 o posterior y Android. Contiene funciones de geometría, álgebra, estadística y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Se encuentra en la categoría de software de geometría dinámica, mediante la cual, se puede realizar la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.

La metodología empleada en este estudio de caso se dividió en cuatro etapas:

1. Recolección de información.
2. Diseño de actividades a realizar.
3. Encuesta a alumnos y evaluación.
4. Resultados

### Recolección de información.

Los temas abordados en este estudio son los correspondientes a la Unidad 2: Funciones, del programa de estudio de la asignatura de Cálculo Diferencial.

Para conocer las limitantes de la implementación del software, se llevó a cabo una primera encuesta a los estudiantes, misma que se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Encuesta inicial a hecha a los estudiantes.

	Si	No
1. ¿Sabes utilizar GeoGebra?		
2. ¿Tienes Celular Android?		
3. ¿Tienes Laptop?		
4. Has utilizado otro software de Matemáticas		

Fuente: Elaboración propia.

### Diseño de actividades a realizar.

Las actividades de aprendizaje que establece el programa (TecNM, 2010) son:

- Identificar, cuándo una relación es una función entre dos conjuntos.
- Identificar el dominio y rango de una función.
- Representar funciones reales de variable real en el plano cartesiano (gráfica de una función). Reconocer cuándo una función es inyectiva, suprayectiva o biyectiva.

- Analizar exhaustivamente las funciones seno y coseno; se sugiere utilizar métodos tradicionales y TIC's.
- Elaborar gráficas de diversas funciones.
- Investigar las gráficas y características de las funciones trigonométricas restantes, trigonométricas inversas e hiperbólicas utilizando TIC's.
- Dada una función cualquiera, construir su gráfica mediante el uso de TIC's, variando sus argumentos y parámetros.
- Reconocer las gráficas de las funciones trigonométricas circulares y gráficas de funciones exponenciales de base e.
- Graficar funciones con más de una regla de correspondencia.
- Graficar funciones que involucren valores absolutos.
- Realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones. Reconocer el cambio gráfico de una función cuando se hacen variar sus parámetros. Elaborar en equipos de trabajo una modelación matemática (obtención de la función) que corresponda al perfil profesional; dependiendo de la aplicación, con el uso de TIC's.

De acuerdo con las actividades de aprendizaje necesarias a desarrollar en los estudiantes, se diseñaron una serie de actividades que involucran el uso de las TIC's, para identificar y analizar los desplazamientos horizontales y verticales de funciones algebraicas y trascendentes, modelar físicamente el concepto de función e identificar situaciones reales, donde se puedan establecer funciones como las que se muestran en las Figuras 2, 3 y 4.

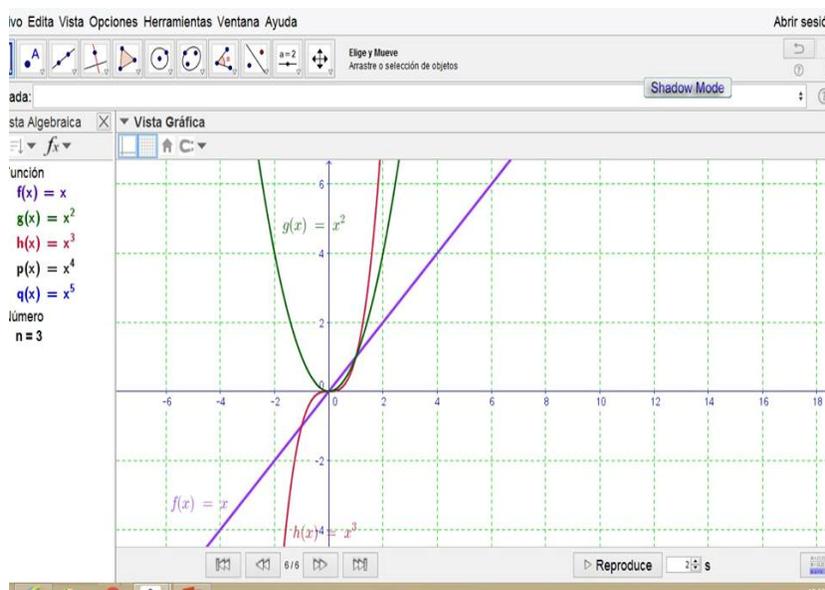


Figura 2. Funciones de variable real hecho en Geogebra.

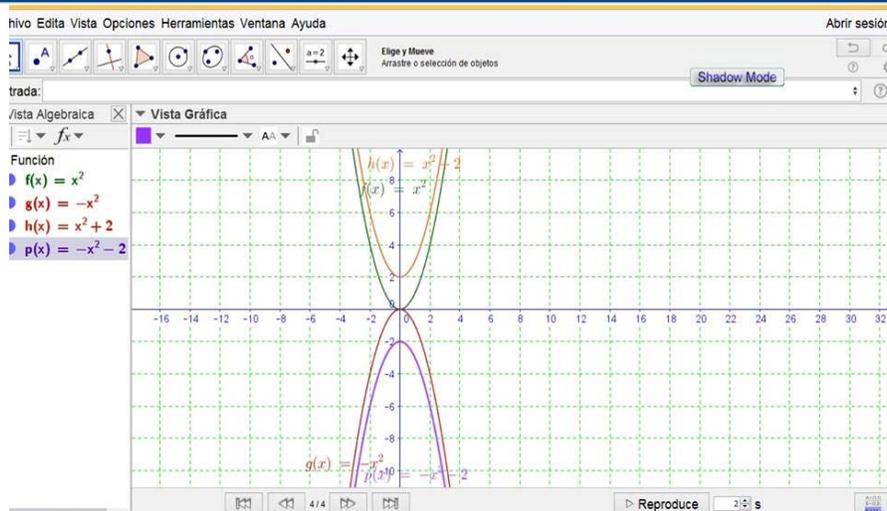


Figura 3. Familia de Curvas hecho en GeoGebra.

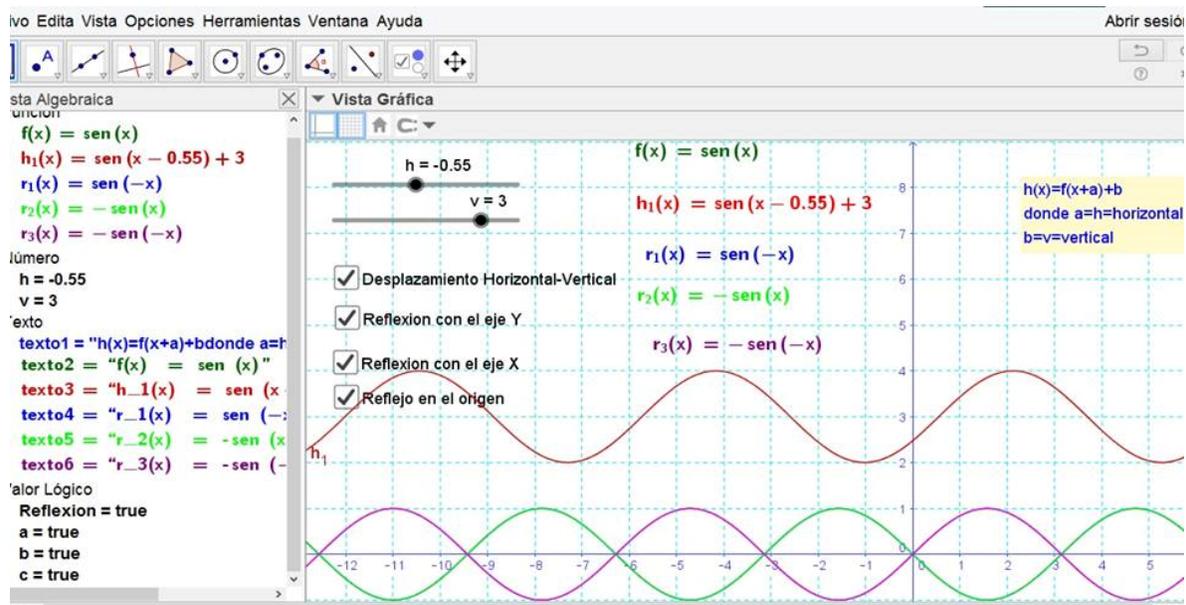


Figura 4. Comparación de funciones Trigonómicas hecho en GeoGebra.

### Encuesta a alumnos y evaluación

En esta etapa se aplicó una segunda encuesta para saber el grado de satisfacción del uso de la herramienta, como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Encuesta realizada a estudiantes después del uso de la aplicación de GeoGebra.

	Si	No
1. ¿Consideras fue útil el uso de la aplicación de Geogebra para aprender?		
2. ¿Te gustaría utilizar otras aplicaciones para otros temas o asignaturas?		
3. ¿Te gustó incorporar el uso de la tecnología en el aula?		

Fuente: Elaboración Propia.

Se solicitó a los estudiantes presentar un portafolio de evidencias con el desarrollo de las actividades diseñadas para la unidad, el cual fue evaluado con una rúbrica, como se muestra a continuación en la Tabla 3:

**Tabla 3:** Rúbrica aplicada a la evaluación del portafolio de evidencias.

Aspectos de presentación					
	Excelente 1	Bien 0.5	Regular 0.25	Deficiente 0	Puntuación
<b>Hoja de presentación y orden del trabajo.</b>	Excelente portada, presentación, orden y limpieza.	Portada, buena presentación, orden y limpieza.	No tiene hoja de portada y tiene una presentación regular.	No hay hoja de portada, observa mala presentación y desorden.	
<b>Presentación de la carpeta.</b>	La carpeta esta forrada y ordena las hojas con broche.	Carpeta forrada y no tiene ordenada las hojas.	Carpeta no está forrada y ordena las hojas con broche.	La carpeta no está forrada y no ordenada las hojas con broche.	
Aspectos de contenido					
	Excelente 7	Bien (6-5)	Regular (4-3)	Deficiente (0-2)	Puntuación
<b>Ejercicios a Resolver</b>	Presenta los ejercicios con resultados correctos.	Falta resolver un ejercicio, los resultados no son correctos	Faltaron ejercicios de resolver, los resultados no son correctos.	Faltaron ejercicios por resolver los resultados incorrectos.	
	Excelente 1	Bien 0.5	Regular 0.25	Deficiente 0	Puntuación
<b>Ortografía</b>	Respeto la ortografía, mayúsculas, minúsculas y acentos.	Maneja todo con mayúsculas, pero respeta acentos.	Presenta algunas faltas ortográficas.	Presenta muchas faltas ortográficas.	
<b>Total</b>					

Fuente: Elaboración Propia.

Se aplicó una evaluación sumativa al término de la realización de actividades diseñadas para este estudio de caso, a fin de analizar los resultados obtenidos, comparándolos con los que se habían logrado, en la misma Unidad de aprendizaje, sin el uso del software matemático.

## RESULTADOS

Los resultados de la encuesta sobre la satisfacción del uso de la herramienta en el aula pueden verse en la Tabla 4, estos son: 97% de los estudiantes consideró útil para su aprendizaje el uso del Geogebra, al 93 % de ellos, le gustaría otras aplicaciones para utilizarlas en otros temas o unidades, en tanto que, el 100 % manifestó su agrado por el uso de la tecnología en el aula, como se muestra en la Figura 5.

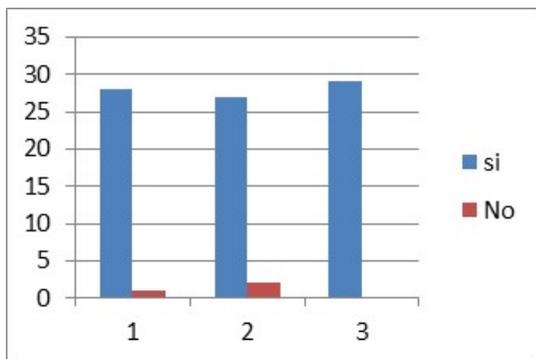


Figura 5. Resultados de la encuesta.

Tabla 4. Resultados de la encuesta.

Pregunta	si	No
1	28	1
2	27	2
3	29	0

Fuente: Elaboración Propia.

En cuanto al desempeño académico, se observó una disminución significativa del índice de reprobación, pasando del 86 %, cuando se impartió la Unidad 2 sin utilizar Geogebra, al 28 % una vez que se empleó el software en las actividades de la unidad mencionada. Lo anterior se muestra en las Figuras 6 y 7:

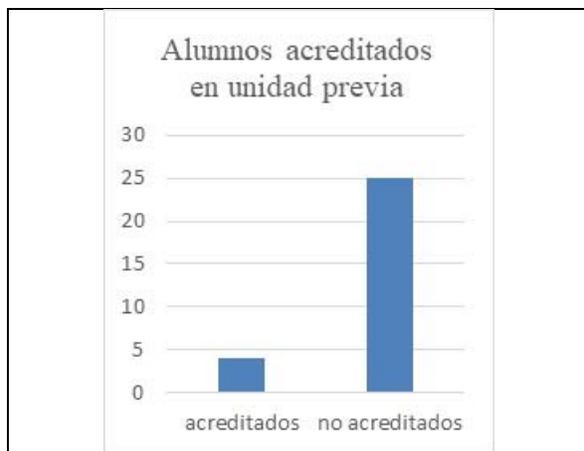


Figura 5. Acreditados sin uso de Geogebra

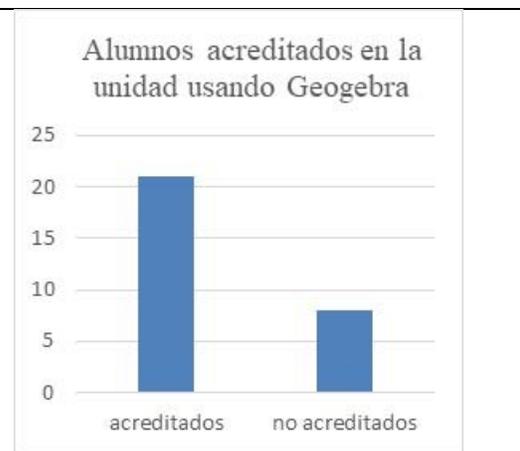


Figura 6. Acreditados usando Geogebra.

### CONCLUSIONES

Hoy en día muchos docentes siguen enseñando Cálculo de la forma tradicional. Rojas y Esteban (2012) señalan que, actualmente, existen herramientas tecnológicas que permiten potenciar la enseñanza, el entendimiento y la comprensión de esta rama del conocimiento. Emplear la aplicación de GeoGebra como herramienta, fue un apoyo significativo para el proceso de enseñanza y de aprendizaje del Cálculo. Se logró desarrollar competencias genéricas tales como: la capacidad de abstracción, análisis y síntesis, capacidad para identificar, plantear y resolver problemas, habilidades en el uso de las TIC's, capacidad de

trabajo en equipo, así como, el desarrollo de la comunicación y la socialización entre los estudiantes.

Además, los estudiantes la consideraron una buena práctica al implementar dicha tecnología para potenciar el pensamiento matemático y manifestaron que el uso del software como herramienta didáctica facilitó su aprendizaje, les permitió obtener la solución y el análisis en los diferentes tipos de funciones, ayudando a entender los conceptos de manera más fácil y rápida.

Por lo anterior, se puede concluir que se logró el objetivo que era verificar si el uso de GeoGebra como herramienta para la enseñanza del Cálculo Diferencial, ayuda a mejorar la adquisición del conocimiento de la asignatura y el desarrollo de competencias específicas y genéricas. También es importante señalar que, el impacto con esta actividad fue positivo en respuesta a la pregunta de investigación, por lo que, es factible que se proponga ante la Academia de Ciencias Básicas para que sea considerada como estrategia didáctica en la reducción de los índices de reprobación de la materia.

## BIBLIOGRAFÍA

- Blanco, R. y Messina, G. (2000). *Estado del Arte sobre las Innovaciones Educativas en América Latina*. Santafé de Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Carbonell, J. (2002). *La aventura de innovar: el cambio en la escuela*. Editorial: Morata. Pág. 25.
- Ferrer, J. (2008). *El proceso de infusión de la tecnología a la sala de clases*. Puerto Rico.
- Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. Santafé de Bogotá, Colombia: Ediciones Uniandes – Universidad de los Andes
- Hernández, L. y Rodríguez, M. (1999). La Formación de Profesores de Matemáticas en las Nuevas Tecnologías. *Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*, 1(1), 248-252.
- Jiménez, J. y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en Matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y sociedad*. Vol. 4, Núm. 7. Recuperado de: <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>
- Kolman, B. y Hill, D. (1999). *Álgebra Lineal*. México: Pearson – Prentice Hall.
- Meza, L. (2000). Consideraciones sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática. *Memorias del Segundo Festival de Matemáticas*, 1(1), 129-136.
- Rojas L.C. y Esteban P. V. (2012). Geogebra y applets aplicados a la enseñanza y aprendizaje del Cálculo. *Journal of International Institute of Informatics and Systemic (IIIS)*. Recuperado de: [www.iiis.org/CDs2012/CD2012ADII/ATIC\\_2012/PapersPdf/AT095NK.pdf](http://www.iiis.org/CDs2012/CD2012ADII/ATIC_2012/PapersPdf/AT095NK.pdf)

Tecnológico Nacional de México (2010). *Planes y programas 2009-2010*. Recuperado de: <https://www.tecnm.mx/docencia/planes-de-estudio-2009-2010>

Vergel, M., Duarte, H. y Martínez, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Revista Científica*, Vol. 23, pp. 17-29. Recuperado de: <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/8069/11025/>