

PRIMER CONCURSO DE CIENCIAS BÁSICAS

Junio de 2014

Etapa Eliminatoria

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS

1. Determine el trabajo w que se efectúa tomando como base un mol de gas, que cumple con la función de Van der Waals al expandirse desde el volumen inicial V_i , al volumen final V_f en un proceso isotérmico. La ecuación de Van der Waals es: $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$, y recordando que el trabajo para expansión y compresión de un gas es $dw = -pdv$.

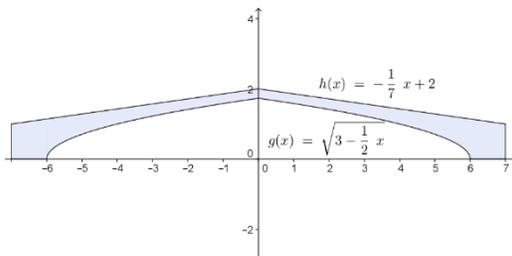
a) $w = \left[\frac{a}{v_i} - \frac{a}{v_f} + RT \ln \left| \frac{v_i - b}{v_f - b} \right| \right]$

b) $w = \left[\frac{a}{v_i} + \frac{a}{v_f} + RT \ln \left| \frac{v_i - b}{v_f - b} \right| \right]$

c) $w = \left[\frac{a}{v_i} + \frac{a}{v_f} - RT \ln \left| \frac{v_i - b}{v_f - b} \right| \right]$

d) $w = \left[\frac{a}{v_i} - \frac{a}{v_f} - RT \ln \left| \frac{v_i - b}{v_f - b} \right| \right]$

2. Como parte de los festejos de cierta Ciudad, el gobierno se ha propuesto construir un arco como muestra en la figura.



Determinar la cantidad de concreto que será necesario para construir cada sección transversal de un metro en dicho arco.

- a) $v = 8.16m^3$
- b) $v = 11.16m^3$
- c) $v = 10.16m^3$
- d) $v = 6.14m^3$

3. Tres resistores R_1 , R_2 , y R_3 se encuentran conectados en paralelo, los cuales están creciendo a razón de 2 , $\frac{7}{2}$ y $4 \Omega/s$ respectivamente. ¿Cuál es la razón de cambio de la resistencia equivalente R_{eq} , cuando $R_1=20 \Omega$, $R_2=35 \Omega$ y $R_3=50 \Omega$?

a) $\frac{4643}{4616}$

b) $\frac{4634}{4761}$

c) 1

d) 1.5

4. Evaluar $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^4 - 1} dx$

a) $\frac{1}{2} \arctan \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ln 3 + \frac{\pi}{8}$

b) $\frac{1}{3} \arctan 3 - \frac{1}{4} \ln 2 + \frac{\pi}{8}$

c) $\frac{1}{3} \arctan 3 + \frac{1}{4} \ln 2 + \frac{\pi}{8}$

d) $\frac{1}{2} \arctan \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{\pi}{8}$

5. Al integrar la siguiente expresión $\frac{3x^3 e^{-x^2}}{(x^2 + 1)^2}$, se obtiene

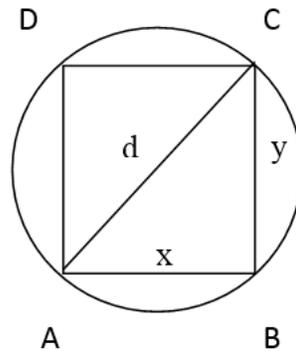
a) $-\frac{3e^{-x^2}}{2(x^2 + 1)} + C$

b) $\frac{3e^{-x^2}}{2(x^2 + 1)} + C$

c) $\frac{3}{2} e^{-x^2} \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} + 3 \right) + C$

d) $\frac{3}{2}e^{x^2}\left(\frac{x^2}{x^2+1}-3\right)+C$

6. Determine las dimensiones de la viga de máxima resistencia que puede cortarse de un tronco.



Considere que la resistencia de la viga es proporcional al producto de su ancho por el cuadrado de su altura.

a) $\frac{y}{x} = \sqrt{2}$

b) $\frac{y}{x} = \sqrt{3}$

c) $\frac{x}{y} = \sqrt{2}$

d) $\frac{x}{y} = \sqrt{3}$

7. Si una pieza mecánica se obtiene al hacer girar alrededor del eje Y las funciones $g(x) = 2x^2 + 2$ & $f(x) = -x^2 + 4$, entre las rectas $y = 3$, $y = 0$, ¿ qué volumen ocupará?

a) 20.17 u^3

b) 22.77 u^3

c) 25.87 u^3

d) $19.27 u^3$

8. El campo eléctrico en el eje de un anillo que se encuentra cargado uniformemente, está dado por la ecuación $E = \frac{kqx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$, donde x es la distancia perpendicular desde el centro del anillo, k es una constante, q es la carga total del anillo y a es el radio del anillo. ¿Para qué distancia x , el campo tiene su máxima intensidad?

a) $\frac{a}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{a}{2}$

c) $-\frac{a}{\sqrt{2}}$

d) $-\frac{a}{2}$

9. En la empresa X se adquirió e instaló una nueva línea de motores en su línea de ensamblaje, la cual alteró el factor de potencia, los ingenieros de mantenimiento midieron la potencia aparente la cual les dio el siguiente valor $S = \sqrt{8} \angle \frac{\pi}{4} \text{ K.V.A.} = \sqrt{8} e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)} \text{ K.V.A.}$. Si lo que se pretende es compensar el factor de potencia y que este sea igual a 1, ¿cuál sería el valor de la potencia capacitiva a instalar en dicha fábrica que logre esta compensación?

Considere el factor de potencia como la razón que existe entre la potencia real p y el módulo de la potencia aparente $f. d. p. = \frac{P}{|S|} = \cos\theta$.

a) 1 K.V.A.R

b) 2 K.V.A.R.

c) $2\sqrt{2} \text{ K.V.A.R.}$

d) $\sqrt{2} \text{ K.V.A.R.}$

10. En determinado sistema mecánico, la expresión que define su comportamiento está dada por la siguiente función de transferencia en variable compleja (*entiéndase como función de transferencia, la razón que existe entre la salida respecto de la entrada de las variables analizadas*)

$$\frac{z^2 + (2i - 3)z + 5 - i}{z^2 + i}, \text{ para estabilizar dicho sistema se requiere encontrar los puntos en el plano complejo donde la función de transferencia sea 0, encuentra dichos puntos.}$$

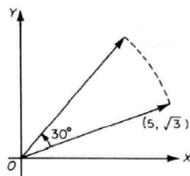
- a) $z_{1,2} = \pm\sqrt{i}$
- b) $z_{1,2} = \sqrt{i}$
- c) $z = \pm(1-4i)$
- d) $z = (1-4i)$

11. Si $A = \begin{pmatrix} \alpha & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, encuentre un valor para α de tal manera que el rango de A sea menor a

3.

- a) $\alpha = \frac{53}{10}$
- b) $\alpha = -\frac{53}{10}$
- c) $\alpha = -\frac{19}{10}$
- d) $\alpha = \frac{19}{10}$

12. En la compañía ensambladora de automóviles; se tiene en una línea de ensamblaje un brazo robótico encargado de colocar una puerta. El punto donde se coloca dicha puerta en la programación del brazo robótico en el plano X,Y se localiza en las coordenadas $(5, \sqrt{3})$. Se realiza una modificación en la línea de ensamble y por las nuevas condiciones del proceso se requiere rotar las coordenadas desde este punto a 30° . ¿Determine cuál será ahora el nuevo punto donde se colocará la puerta?.



- a) $(4, 2\sqrt{3})$
- b) $(3\sqrt{3}, 1)$

c) $(1, 3\sqrt{3})$

d) $(2\sqrt{3}, 4)$

13. Dada las siguientes matrices,

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ realice el producto de matrices.}$$

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

14. Una partícula se mueve a través de un campo vectorial de manera que su posición $x(t)$ esta descrita por la ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + bx = 0$$

Encontrar los valores de a y b de tal forma que la trayectoria sea la curva

$$x = e^{-3t}[C_1 + C_2t]$$

Para algunas constantes c_1, c_2 .

a) $a = 6, b = 9$

b) $a = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{9}$

c) $a = 6, b = 2$

d) $a = -9, b = -6$

15. Considera un sistema de 2 esferas concéntricas E_1, E_2 con temperaturas $T_1 = 5^\circ C$ y $T_2 = 10^\circ C$ y radios $r_1 = 5cm$, $r_2 = 10cm$ respectivamente. Si la ecuación que describe la distribución de temperatura, está dada por

$$r \frac{d^2 u}{dr^2} + 2 \frac{du}{dr} = 0$$

Donde r es la distancia del origen a un punto entre las dos esferas. Encuentra la temperatura en un punto a $8cm$ del centro.

a) $7^\circ C$

b) $6^\circ C$

c) $8.75^\circ C$

d) $9.25^\circ C$

16. Una fuerza que depende de la masa m , está descrita por la solución de

$$\frac{d^5 y}{dm^5} - y = 0$$

¿Cuál es la fuerza y para $m = 20 kg \frac{s^2}{m}$, asumiendo que todas las constantes de integración son iguales a 1?

a) 5520000 kg

b) 1238992 kg

c) 500000000 kg

d) 485165754 kg

17. En una plancha de metal situado en el plano X, Y la temperatura en cualquier punto (x, y) esta dada por la expresión $T = \frac{100}{1+x^2+2y^2}$ en $^\circ C$. Determinar el valor de la temperatura sobre el punto de la isoterma que contiene a la intersección de las rectas $y = 2x + 1$ & $x + y = 7$.

a) $\frac{11}{20}^\circ C$

b) $1^\circ C$

c) $\frac{20}{11}^{\circ}\text{C}$

d) $\frac{20}{21}^{\circ}\text{C}$

18. Calcular el volumen máximo de un prisma rectangular si su diagonal mide $L = 3 \text{ m}$.

a) 27 cm^3

b) $3\sqrt{3} \text{ cm}^3$

c) 9 cm^3

d) $\frac{3}{\sqrt{3}} \text{ cm}^3$