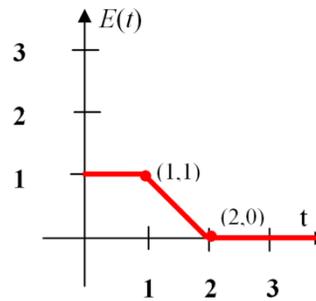


SEGUNDO CONCURSO DE CIENCIAS BÁSICAS

ETAPA ELIMINATORIA - RESPUESTAS

REACTIVOS DE MATEMÁTICAS

1. El voltaje $E(t)$ aplicado a un circuito en serie LR se representa por la siguiente gráfica.



¿Cuál de las siguientes expresiones nos define correctamente a la función $E(t)$? Donde $U(t-a)$ es la función escalón unitario.

$$U(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{cuando } t < a; \\ 1 & \text{cuando } t \geq a \end{cases}$$

- a) $E(t) = 1 + (t-1)U(t-1) - tU(t-2)$
- b) $E(t) = 1 - (t-1)U(t-1) + (t-2)U(t-2)$
- c) $E(t) = 1 - (t-2)U(t-1) + (t-2)U(t-2)$
- d) $E(t) = 1 + (t-2)U(t-1) - (t-2)U(t-2)$

2.- ¿Cuál es la integral múltiple que permite calcular el volumen de una esfera en el espacio de 4 dimensiones, con centro en el origen y cuyo radio es r ?

a) $16 \int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}} dw dz dy dx$

b) $16 \int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}} dw dz dy dx$

c) $8 \int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}} dw dz dy dx$

d) $4 \int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}} dw dz dy dx$

3.- La fuerza en dinas con la que dos electrones se repelen, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa ($f(x) \propto \frac{1}{x^2}$). Suponga que el primer electrón está ubicado en el origen y el segundo en el punto $(1,0)$. Sea k una constante de proporcionalidad, calcule el trabajo realizado para que el segundo electrón se desplace hasta el infinito sobre el eje x .

a) $\frac{1}{k}$

b) $\frac{1}{k^2}$

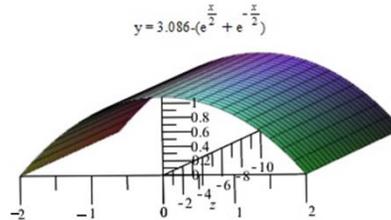
c) k^2

d) k

4.- Un granero tiene 10m de largo y 4m de ancho. La sección transversal del tejado es una catenaria invertida cuya función es:

$$y = 3.086 - (e^{x/2} + e^{-x/2})$$

Calcular la superficie del techo en el granero.



- a) 37.008 m²
- b) 47.008 m²
- c) 40.000 m²
- d) 51.005 m²

5.- A partir de datos estadísticos se sabe que en promedio los equipos de una línea de montaje se dañan durante un año, en una relación de 12 de entre 600 equipos funcionando. Sea x la probabilidad de que un equipo se dañe en el lapso de un año y R el monto de la prima que se desea calcular. Determinar la prima anual que debe cobrar una compañía aseguradora, para asegurar un equipo de una línea de montaje, por un total de \$100,000.

Se quiere garantizar que dicha prima permita cubrir los gastos de administración y la ganancia de la compañía, de manera que juntas representen el 50% de dicha prima.

- a) \$5,500
- b) \$5,000
- c) \$3,850
- d) \$4,000

6.- Un sistema dinámico es estable si para cualquier entrada acotada, se obtiene una salida acotada, independientemente de su estado inicial. Si la parte real de todas las raíces de la ecuación característica que gobierna dicho sistema se encuentran en la parte real negativa del plano complejo, el sistema es estable. Si la ecuación característica de un sistema, de la cual se sabe que sus raíces reales son enteras, es:

$$s^5 + 2s^4 - s^3 + 6s - 6 + Kc = 0$$

donde Kc es la ganancia de un controlador proporcional. Para un valor de $Kc=10$, encuentre las raíces y determine si el sistema es estable o inestable.

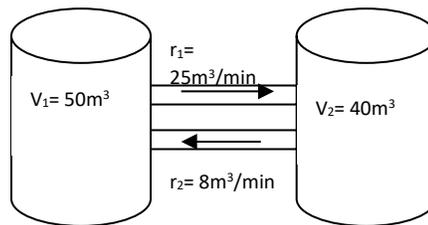
- a) La parte real de 3 raíces es negativa y 2 son positivas, por lo tanto el sistema es inestable.
- b) La parte real de las 5 raíces es negativa, por lo tanto el sistema es estable.
- c) La parte real de 1 raíz es negativa y las otras 4 son positivas, por lo tanto el sistema es inestable.
- d) La parte real de las 5 raíces es positiva, por lo tanto el sistema es estable.

7.- Las cantidades $x_1(t)$ y $x_2(t)$ de una sustancia A en dos tanques satisfacen las ecuaciones diferenciales

$$\frac{dx_1}{dt} = -k_1x_1 + k_2x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 2k_1x_1 - 3k_2x_2$$

Donde $k_i = \frac{r_i}{V_i}$. Calcule la cantidad de sustancia A en cada tanque para cualquier tiempo t .



- a) $x_1(t) = c_1e^t + c_2e^{2t}; x_2(t) = c_1e^{2t} + c_2e^{-5t}$
- b) $x_1(t) = -0.1c_1e^{-t} - c_2e^{5t}; x_2(t) = -0.1c_1e^{2t} - c_2e^{-5t}$
- c) $x_1(t) = c_1e^{-0.1t} + 2c_2e^{-t}; x_2(t) = 2c_1e^{-0.1t} - 5c_2e^{-t}$
- d) $x_1(t) = -0.1c_1e^t - c_2e^{2t}; x_2(t) = -0.1c_1e^{2t} - c_2e^{-5t}$

8.- Una compañía de productos de belleza, obtiene diferentes calidades de un producto que contiene 5 ingredientes a partir de 3 mezclas básicas A, B y C, cuyos contenidos en cm^3 para formar una ración de 6.5 cm^3 están dadas en el siguiente cuadro:

Ingrediente	Mezclas		
	A	B	C
Crema	2	1.5	1.8
Estabilizador	1	0.9	0.8
Aromatizante	2	3	2.2
Hidratante	1	1.1	1.2
Colorante	0.5	0	0.5

Pueden formarse nuevas mezclas especiales realizando combinaciones entre las 3 mezclas básicas. Las mezclas que es posible obtener, forman un espacio generado por los vectores que representan las mezclas A, B y C.

Suponga que se quieren preparar 162.5 cm^3 de una mezcla cuyos contenidos de cada ingrediente forman el vector:

$$V = \begin{pmatrix} 45 \\ 24 \\ 60 \\ 26 \\ 7.5 \end{pmatrix}$$

Para lograrlo ¿qué cantidad de la mezcla básica C es necesario revolver con las mezclas A y B?

- a) 0
- b) 6
- c) 3
- d) 10