

## CUANDO LA MATEMÁTICA FRACASA

C. D. Prado Pérez<sup>1</sup>

### RESUMEN

Uno de los asuntos pendientes en México está relacionado con la desigualdad social que limita las oportunidades de desarrollo de una gran cantidad de personas en este país. Se presenta en este documento, el trabajo solicitado a los alumnos en el curso de Cálculo de Varias Variables el cual se vinculó con la importante reflexión sobre los temas de solidaridad y dignidad humana. El presente proyecto de carácter transversal combina el tema de multiplicadores de Lagrange del citado curso y concepciones que sobre ética-ciudadanía han adquirido para este momento los alumnos. Este trabajo se planteó sobre una función del tipo Cobb-Douglas que se utilizó para optimizar la distribución del ingreso familiar. El modelo lleva a la mejor distribución de los recursos, aún así no logra dar respuesta a la necesidad apremiante de cubrir las necesidades más elementales, de aquí el título del trabajo: “Cuando la Matemática Fracasa”. Es importante señalar que este proyecto requiere para su solución el uso del software: MATHEMATICA.

### ANTECEDENTES

Son muchas las exigencias que una sólida formación profesional requiere de los egresados de las carreras de ingeniería hoy día. Entre ellas se encuentran:

- La competencia en el campo de especialidad.
- El manejo de la tecnología.
- La capacidad para analizar información y resolver problemas.
- El conocimiento y desempeño responsable dentro de la profesión basado en principios sociales y éticos.

De ahí que la misión 2015 del Tecnológico de Monterrey establezca lo siguiente (ITESM, 2005): “Es misión del Tecnológico de Monterrey formar personas íntegras, éticas, con una visión humanística y competitivas internacionalmente en su campo profesional, que al mismo tiempo sean ciudadanos comprometidos con el desarrollo económico, político, social y cultural de su comunidad y con el uso sostenible de los recursos naturales”.

Como parte de su formación profesional y en la búsqueda del cumplimiento de la Misión del Instituto, se propuso a los estudiantes un problema que les llevó a la conciencia del contexto socio-económico de las familias de su comunidad. Más allá de la investigación documental del tema (CONEVAL, 2010), se pidió a los equipos de trabajo una investigación real por medio de una entrevista realizada a familias con las que tuvieran contacto, éstas de ingresos: bajo, medio y alto. El objetivo de su investigación era realizar un estudio comparativo sobre sus ingresos y la manera óptima de distribuirlos en tres rubros: alimentación, vivienda y transporte. Claro que hay en un estudio como éste más aspectos de enorme relevancia, pero por la complejidad del análisis matemático y la limitación del software, se decidió restringir el estudio a los rubros indicados.

Así, esta actividad, que se propuso en el semestre agosto-diciembre de 2013, ofreció la oportunidad de aplicar el tema de optimización, de manera más concreta, el método de multiplicadores de Lagrange, a un modelo de tipo Cobb-Douglas que buscaría administrar

---

<sup>1</sup> Profesor planta del departamento de Física y Matemáticas. Escuela de Diseño, Ingeniería y Arquitectura. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey - Campus Estado de México. [cprado@itesm.mx](mailto:cprado@itesm.mx).

de la mejor manera los recursos de las familias encuestadas. El problema planteado se propuso, entre otras razones, para sensibilizar al participante acerca de la realidad nacional y para reforzar una actitud pro social, en particular en lo que se refiere al compromiso de los estudiantes y/o egresados con su comunidad.

## METODOLOGÍA

La actividad, planteada con el enfoque didáctico de Aprendizaje Basado en Problemas y desarrollada por alumnos del tercer semestre en carreras de la escuela de Ingeniería, inició con una investigación referente al monto del salario mínimo de la ciudad de México (CONASAMI, 2013). Esta zona centró el interés de la investigación porque las familias que entrarían en el estudio serían de su comunidad, esto es, de la zona metropolitana de la ciudad de México. Como parte de su indagación, aprendieron que el salario mínimo no es uniforme en México y determinaron que en la actualidad hay dos zonas marcadas como A y B entre las cuales hay un diferencial de aproximadamente tres pesos diarios para los montos de sus salarios mínimos, asimismo averiguaron a cuánto ascienden sus últimos incrementos. También tomaron conciencia de la clasificación que a nivel nacional existe sobre los rangos socioeconómicos de este país; asunto que les ayudó a clarificar a cuánto ascienden los topes de lo que aquí se llamó niveles bajo, medio y alto de las familias encuestadas.

Una segunda etapa de su estudio tenía que ver con el entendimiento del modelo de Cobb-Douglas (Thomas, 2010), esto incluía la interpretación de los factores que lo componen y de los exponentes que intervienen en ellos. La determinación del significado de cada una de las variables en el marco del problema era de capital importancia. En particular, su estudio debía considerar una función de varias variables de la forma:

$$u(d, C, c, v, t) = d^{\alpha} C^{\beta} c^{\gamma} v^{\delta} t^{\varepsilon}$$

Donde los exponentes se relacionan con la prioridad que la familia le da a sus gastos y las variables,  $d$ ,  $C$ ,  $c$ ,  $v$  y  $t$  se refieren a porciones de desayuno, comida, cena, metros cuadrados de vivienda y viajes redondos de transportación, respectivamente. De hecho, determinaron que los exponentes debían estar entre cero y uno dado que indican el porcentaje del gasto que representa el rubro en cuestión. En efecto, por ejemplo, cero significa que el rubro donde éste estuviera asignado implica un gasto que la familia no realiza, y un exponente cercano a uno indica un rubro de gran importancia para los gastos familiares.

Una tercera etapa sobre la solución del estudio propuesto tuvo que ver con el desarrollo teórico tanto para multiplicadores de Lagrange como para el modelo de Cobb-Douglas (Sydsaeter y Hammond, 2011), así como la inducción a la programación del software Mathematica que se requería como parte de su investigación. Cada oportunidad que ofrecía la discusión del tema en las sesiones programadas del curso propició la conexión a la problemática de “Cuando la Matemática Fracasa”. De esta manera, a ellos les resultó muy natural el contexto de la situación y se justificó sobradamente la aplicabilidad del método matemático. Algunos conceptos teóricos tomaron su significancia a la luz de las necesidades de la solución del problema; el uso de Mathematica quedó así mismo

justificado cuando ellos se percataron de las dificultades que entraña resolver el sistema de ecuaciones de manera manual aún en problemas de nivel elemental.

Las intenciones educativas sobre las que se apoyó este problema se basaron en la aplicación de la teoría matemática puesta en el contexto de la situación real de 4 familias a las que se les aplicó un estudio sobre condiciones de vida en los rubros ya mencionados. También se colocó como uno de los objetivos, sensibilizar a los alumnos sobre los efectos de la pobreza en la calidad de vida de las personas que la padecen sin perder de vista el contexto de su propia situación familiar. El trabajo que los alumnos desarrollaron se llevó a cabo durante aproximadamente cuatro semanas dentro del tercer periodo del curso. Después de su análisis, elaboraron un reporte y los dos mejores trabajos se presentaron al grupo.

Los problemas que los futuros profesionistas deberán enfrentar cruzan las fronteras de las disciplinas y demandan enfoques innovadores y habilidades para la resolución de problemas complejos. Se presentó a los alumnos un escenario que caía fuera del contexto exclusivo de la matemática y de los ejemplos clásicos de un libro de texto. Se apreció que valoraron la perspectiva real y la cercanía que les demandaba averiguar por sí mismos las condiciones de la gente con la que tienen contacto de una u otra forma, ya sea por amistad o porque trabajan para sus familias. Grosso modo, el escenario buscó dar una solución bien pensada para lograr la forma óptima de distribuir los recursos de 4 familias. Ellos pudieron llegar a la conclusión de que aún la matemática en esta búsqueda fracasa para las familias menos favorecidas pues no lograron ajustar una distribución suficiente de los satisfactores más elementales.

La cuarta parte de su investigación y análisis tenía que ver con el referente de ética y ciudadanía (García, 2008), en un curso de índole técnico como lo es el Cálculo en Varias Variables. Este escenario ofreció por supuesto un lugar idóneo para fomentar la reflexión ética en torno a la pobreza. De esta manera, para el planteamiento de la actividad sobre los particulares ya descritos, lo primero que debía cumplirse es que ésta debía ser parte integral y natural de la materia. Algunos aspectos colaterales a considerar en el diseño de la actividad fueron los siguientes:

- La diversidad del grupo de estudiantes quienes estudiaban licenciaturas en áreas del saber diferentes. Pese a esto, la orientación de la actividad atendió por completo los intereses de los estudiantes.
- La situación no debía distraer los aspectos centrales del curso sino contribuir para una visión más rica de sus objetivos.
- La significancia de la actividad. Esto es, propiciar un contexto de clara utilidad del material matemático que al mismo tiempo permitiera visualizar su importancia en un contexto real.

Como parte de la metodología seguida en el planteamiento de esta actividad, se presentan a continuación los lineamientos generales del proyecto:

a) Evaluación de la actividad en el curso. El tercer parcial tiene un peso dentro del total de la evaluación del 25%. De este porcentaje, 20% es para el rubro de tareas, 60% para el examen del tercer parcial y 20% para el proyecto.

- b) Evaluación de la actividad. La calificación de ésta se integró de la siguiente manera:
- i) Parte I (desarrollo matemático): 60%.
  - ii) Parte II (valoración ética de la pobreza): 30%
  - iii) Coevaluación (trabajo en equipo): 10%.

Notas:

- Para la Parte I fue indispensable realizar todos los cálculos y presentarlos en un documento Word con un adecuado uso del editor de ecuaciones. Las partes correspondientes a Mathematica fueron entregados en archivos anexos al trabajo.
- Para la Parte II fue indispensable presentar los argumentos con solidez, por lo tanto los puntos de vista expresados en los reportes debía estar apoyados con las correspondientes referencias y citas de datos de índole oficial.
- Para la Coevaluación se incluyó la Tabla 1 tal y como se muestra más adelante.

A continuación se presenta la actividad tal y como se proporcionó a los alumnos.

### Cuando la Matemática fracasa

#### Parte I. Aspectos matemáticos

**Objetivo:** Elaborar el análisis e interpretación de la mejor distribución del ingreso mensual en la zona metropolitana de la ciudad de México para tres sectores económicos: bajo, medio y alto siguiendo un modelo de utilidad de tipo Cobb-Douglas. Se incluirá una reflexión social sobre la condición de pobreza y pobreza extrema en nuestro país.

#### Consideraciones generales:

En su trabajo deberán investigar y/o trabajar en los siguientes particulares:

- a) El monto del salario mínimo en la zona metropolitana de la ciudad de México.
- b) Establecer como propuesta de estudio, el análisis de utilidad-satisfacción del consumidor apoyado en una función del tipo Cobb-Douglas:

$$u(d, C, c, v, t) = d^\alpha C^\beta c^\gamma v^\delta t^\epsilon, \text{ donde las variables de la función representan:}$$

- $d$ : Porciones de desayuno.
- $C$ : Porciones de comida.
- $c$ : Porciones de cena.
- $v$ : Pago de vivienda por metro cuadrado con pago de servicios.
- $t$ : Número de viajes redondos de transporte.

Asuman que los gastos se realizan diariamente y que todo el ingreso familiar se agota con los rubros señalados arriba.

c) Los exponentes están relacionados en la práctica con la distribución de los recursos tal y como son priorizados por una familia en cada uno de los rubros anteriores. Hagan la interpretación de éstos en el caso en el que alguno(s) de ellos sea(n) cero, ¿qué significaría en la realidad una situación como ésta (vinculen el aspecto matemático con la realidad)?, ¿qué indicaría que uno de ellos fuese considerablemente más grande que otro?, ¿qué signo debe tener cada uno de estos exponentes?, ¿cuál debe ser el valor de su suma?, ¿por qué?

d) Para apegar este modelo más fielmente a la realidad, hagan una encuesta-entrevista a 3 familias que les permita valorar la forma en la que distribuyen sus recursos para cubrir sus necesidades. Incluyan en su encuesta la información de 1 familia por sector (bajo, medio,

alto: ustedes podrán asociar cada sector con un cierto nivel económico, sólo pido que no pierdan de vista la proporción con el salario mínimo y la distribución nacional oficial). La encuesta debería incluir preguntas del siguiente tipo (si lo requieren o desean pueden abrirla a más aspectos):

- ¿Cuál es el ingreso familiar?
- ¿Cuántos integrantes dependientes del mismo ingreso tiene la familia?
- ¿Los rubros: desayuno, comida, cena, pago de renta con servicios (o equivalente) son representativos de sus gastos mensuales?
- ¿Cuánto deben gastar en transporte?
- ¿Hay algún rubro adicional que signifique un gasto familiar considerable y no esté contemplado en esta propuesta de análisis?

Cuando hayan hecho la encuesta, valoren cómo deberían considerar los exponentes del modelo propuesto. Les pido, si no hay inconveniente de las personas entrevistadas, que complementen su entrevista con fotografías donde ustedes también aparezcan.

e) Planteen el modelo de extremos restringidos que se requiera para el análisis, resuelvan el sistema resultante con Mathematica e interpreten los resultados obtenidos. Hagan el análisis de los resultados para cada estrato.

f) ¿Qué valores del modelo se modifican en cada estrato? Interpreten y determinen las conclusiones pertinentes en cada caso.

g) Repitan la entrevista y el análisis de los incisos anteriores a la familia de alguno de los integrantes de su equipo. Hagan el estudio correspondiente y contrasten sus resultados con los de las otras tres familias. Emitan las opiniones a las que les lleve este comparativo.

## **Parte II. Valoración ética de la pobreza**

Sobre la base de los resultados obtenidos en la primera parte y complementando con las lecturas que consideren pertinentes, den respuestas argumentadas, desde una perspectiva social, a los siguientes cuestionamientos.

a) Investiguen cuántas personas en México viven en pobreza y cuántas en pobreza extrema. Averigüen a cuánto asciende el ingreso de una persona que vive en pobreza, y a cuánto el de una en pobreza extrema. ¿Qué porcentaje de la población total mexicana representan? Con esta información, establezcan su opinión sobre la equidad o desigualdad social a la luz de los resultados obtenidos en la primera parte. Hagan una valoración de las familias entrevistadas, ¿las clasificaron adecuadamente dentro de los estratos indicados? Usen fuentes oficiales para esta última pregunta.

b) ¿Cuánto cuesta la canasta básica?, ¿qué la compone?

c) Emitan su opinión sobre los temas de libertad y dignidad humana que la sociedad mexicana tiene ante el reto de la pobreza.

d) ¿Qué implicaciones de tipo social se generan en torno a las familias de bajos recursos económicos? Infórmense y describan cómo complementan sus necesidades.

e) ¿Qué opinión les merece el reconocimiento del “otro” en su estado de pobreza y desigualdad?

f) ¿Qué dice el modelo de su propia situación familiar? Ajusten y resuelvan el modelo para su propia familia (hagan un único análisis). Pueden modificar los parámetros que requieran para su análisis.

- g) ¿Consideran que tenemos alguna responsabilidad dentro de la sociedad en la que nos tocó vivir?, ¿de qué manera debíamos colaborar para revertir esta condición de desigualdad?, ¿desigualdad?, ¿qué desigualdad, la económica, o la social? Argumenten.
- h) Formulen su juicio sobre la globalización de la economía que tome en cuenta la situación de las clases más desprotegidas del país.
- i) ¿Qué alternativas a nuestra actual distribución de la riqueza podrían proponer ante esta situación de injusticia social? Relacionen esto con el tema de la curva de Lorenz y el coeficiente de desigualdad social. Comparen con al menos otros dos países.

### Notas Importantes:

- A) El orden, la estructura de las ideas presentadas, las respuestas, la ortografía y la redacción serán tomadas en cuenta para la calificación. Para su entrega deberán seguir la rúbrica indicada en el curso.
- B) Utilicen la Tabla 1 para registrar la Coevaluación del equipo.

**Tabla 1: Formato de Coevaluación**

<i>Nombre del integrante</i>	<i>Actividades realizadas en beneficio del proyecto</i>	<i>Calificación de los otros integrantes del equipo</i>	<i>Firmas de acuerdo de los otros integrantes</i>
------------------------------	---------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------	---------------------------------------------------

Como parte de las observaciones derivadas de este trabajo, se transcriben a continuación algunas de las apreciaciones de los alumnos:

1. Al relacionar la libertad con la pobreza extrema, analizamos que en México las personas de bajos recursos no cuentan con una libertad plena. Son reprimidos socialmente, discriminados por no tener los mismos recursos que otras personas. Se ha llegado al punto en el que sus oportunidades de prosperidad se han limitado debido a la misma discriminación. Nosotros pensamos que esto es un impedimento para el reto en la reducción de la pobreza extrema ya que mientras en México siga existiendo este nivel de desigualdad, las personas de bajos recursos no tendrán libertad.
2. Basándonos en las ideas de Kant (García, 2008), podemos decir que la dignidad de las personas de bajos recursos no se está respetando debido a que se discriminan o se utilizan para un fin. Mientras los individuos sigan utilizando a las personas de bajos recursos para su bien propio, no se lograrán avances sustanciales contra la pobreza; se necesitan valores y principios para poder llegar a la conclusión de que todos somos iguales y que contamos con los mismos derechos y oportunidades.
3. Las principales implicaciones sociales que se generan en torno a las familias de bajos recursos afectan la salud debido a que no cuentan con las medidas sanitarias correspondientes y frecuentemente ni siquiera con agua potable. Otras dificultades son el hambre ya que la comida no llega a sus manos fácilmente; la marginación, ya que son rechazados por las otras clases de diferente nivel socioeconómico; desempleo, ya que sin estudios es imposible que puedan cubrir los puestos que las empresas requieren; educación, ya que normalmente esta clase social necesita buscar comida antes que educación. En pocas palabras, estas familias no cuentan con los medios para satisfacer necesidades básicas que el ser humano necesita.
4. El hecho de pertenecer a una comunidad nos da una responsabilidad con nuestros iguales. Esta responsabilidad se debe apoyar en la búsqueda del bien común.

5. Creemos que la forma correcta de colaborar para revertir las condiciones de desigualdad es una tarea que debe desarrollarse por cada uno de nosotros, ésta es la única forma de dar un ejemplo que modifique ideologías y tradiciones que impiden una evolución de pensamiento. Se trata de valorar y cuidar a los demás, de abrir oportunidades, educación, trabajar con ellos de la mano para que logren desarrollarse dentro de la sociedad.

Ahora se presentan algunas apreciaciones por parte de los profesores a quienes los alumnos presentaron los resultados de este proyecto.

- Muchos de los alumnos carecían de la información que esta actividad requería, lo que los obligó a indagar más allá de las breves indicaciones que se les ofrecieron.
- La lectura de material adicional favoreció el nivel de conciencia sobre la problemática presentada.
- Tuvieron que valorar la necesidad y realidad de millones de familias de este país. La información recabada sobre ingresos, monto del salario mínimo y los costos de los satisfactores más elementales de la subsistencia. Lograron empatía y concientización sobre la falta de oportunidades para muchos sectores de nuestra sociedad.

La evaluación de la actividad requirió atender algunas cuestiones importantes. En primer lugar el acuerdo sobre la ponderación departamental por parcial y periodo final. Pero también se vigiló dar una adecuada valoración a la responsabilidad ciudadana, sin descuidar los objetivos de evaluación recomendados por la academia para esta materia. Elementos como uso de la tecnología, pensamiento crítico, presentación-estructura de ideas y argumentos y compromiso en el trabajo de equipo fueron tomados en cuenta para la asignación de la calificación de esta actividad.

## **DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Son dignos de mención los siguientes aspectos, derivados de los comentarios hechos por los propios estudiantes:

- a) Con esta actividad se le dio un sentido más real a la matemática del curso y permitió abrir una ventana a la empatía con los otros.
- b) Ampliaron su visión de la vida, salieron de su confort al preguntar a la gente que trabaja para sus familias sobre su situación y vivencias que les permiten sufragar los gastos básicos de su subsistencia.
- c) Al marco del contraste entre las familias de clase económica baja versus las de nivel económico alto, se percataron de las enormes diferencias. Mientras unos viven al día y escasamente, otros de manera sobrada pueden sostener un ritmo de vida que va más allá de la satisfacción de sus necesidades básicas y pueden aspirar a otros satisfactores
- d) Comprendieron que cuando se analiza un modelo matemático, éste toma un sentido más palpable a la luz del contexto real en el cual se aplica. Sin embargo, observaron también la complejidad que eso conlleva.
- e) Se mostraron emocionados porque su análisis arrojó datos cuantitativos que coincidieron con los cualitativos de la simple observación: los ingresos de familias de escasos recursos son insuficientes para satisfacer de manera suficiente lo más básico, aun limitando su vida a sólo alimentación, vivienda y transporte. Varios equipos intentaron modificar la propuesta original porque no podían imaginar cómo podrían cubrirse con los mismos recursos aspectos tan esenciales como salud, vestido, educación, esparcimiento, etc.

- f) Los alumnos comprendieron y justificaron plenamente la necesidad de usar tecnología. Observaron cómo era materialmente imposible resolver el problema planteado sin la ayuda de software.
- g) En su reporte, emitieron de muchas maneras su mejor comprensión sobre la situación económica de millones de familias en este país y las correspondientes carencias en cuanto a las oportunidades que se les abren.

### CONCLUSIONES

Hay varios aspectos que podrían recabarse de esta experiencia, entre ellos, los más significativos son:

- a) Los alumnos mostraron un enorme interés en cuanto a la forma de conectar material de un curso técnico, matemáticas, con otro de tipo humanista, ciudadanía. Indagaron más allá de lo previsto, relacionando aspectos económicos y sociales.
- b) Los alumnos dieron muestras muy claras de su conciencia sobre un área tan sensible como la presentada en este proyecto.
- c) Una actividad como ésta no sólo incide favorablemente en matemáticas y/o ciudadanía sino en el desarrollo de las competencias que los egresados de ingeniería deben poseer.
- d) La actividad resultó muy rica en el aspecto emocional de los alumnos. El trabajo en equipo generó una atmósfera adecuada para la discusión de toda la problemática planteada.
- e) El diseño instruccional de esta actividad debía permitir que la reflexión sobre conciencia ciudadana fuera una continuación de la solución al problema planteado. Era imprescindible un marco ofrecido por la vida real que conllevara por lo mismo a una reflexión no ficticia de una situación de su mundo y de su tiempo.

### BIBLIOGRAFÍA

- CONASAMI. (2013). *Nuevos salarios mínimos 2013*. Recuperado el 1 de abril de 2013, de [http://www.conasami.gob.mx/nvos\\_sal\\_2013.html](http://www.conasami.gob.mx/nvos_sal_2013.html)
- CONEVAL. (2010). *Medición de Pobreza en México*. Recuperado el 10 de abril de 2013, de [http://www.coneval.gob.mx/Informes/Med\\_Pobreza/Como\\_se\\_mide\\_la\\_pobreza\\_en%20Mexico.pdf](http://www.coneval.gob.mx/Informes/Med_Pobreza/Como_se_mide_la_pobreza_en%20Mexico.pdf)
- García G. (2008). *Ética, profesión y ciudadanía*. México, Porrúa.
- ITESM, (2005). *Misión hacia el 2015*. Recuperado el 15 de noviembre de 2012, de <http://www.itesm.mx/wps/wcm/connect/Campus/CVA/Cuernavaca/Acerca+del+campus/Filosofia+Institucional/Misiones+anteriores/Mision+hacia+el+2015/>
- Sydsaeter, K. y Hammond, P. (2011). *Matemáticas para el análisis económico*, México, Pearson.
- Thomas, G.B. (2010). *Cálculo, varias variables*. México: Pearson.