

REALIDAD AUMENTADA Y GEOGEBRA COMO HERRAMIENTAS PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO VECTORIAL

AUGMENTED REALITY AND GEOGEBRA AS PEDAGOGICAL TOOLS FOR TEACHING VECTOR CALCULUS

H. Hernández Martínez¹

C. A. Ortiz Hermosillo²

P. Bedolla Azuara³

RESUMEN

En este trabajo de investigación encontrará los resultados obtenidos en el Tecnológico Nacional de México (TecNM) / Instituto Tecnológico de Matamoros (ITM), al hacer uso de Realidad Aumentada (RA) y GeoGebra como herramientas pedagógicas en la enseñanza de la materia de Cálculo Vectorial. Esta implementación se llevó a cabo en el periodo de agosto-diciembre de 2023 con un grupo de 33 estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecatrónica. La metodología utilizada se desarrolló en cinco etapas, iniciando con una encuesta sobre el conocimiento y uso de las diferentes herramientas, una segunda etapa con el desarrollo de los temas de la asignatura: Vectores en R³, operaciones y su geometría, de manera tradicional (con trazo en el cuaderno) y, posteriormente, haciendo uso de GeoGebra; después una implementación con el uso de RA y el teléfono celular y, por último, la medición de los datos obtenidos con la implementación en el proceso de enseñanza aprendizaje.

ABSTRACT

In this research work you will find the results obtained at the Tecnológico Nacional de México (TecNM) / Instituto Tecnológico de Matamoros (ITM), when using Augmented Reality (AR) and GeoGebra as pedagogical tools in teaching the subject of Vector Calculus. This implementation was carried out in the period of August-December 2023 with a group of 33 students from the Mechatronic Engineering degree. The methodology used was developed in five stages, starting with a survey on the knowledge and use of the different tools, a second stage with the development of the subject topics: Vectors in R³, operations and their Geometry, in a traditional way (with trace in the notebook) and, later, using GeoGebra; then an implementation with the use of AR and the cell phone and, finally, the measurements of the data obtained with the implementation in the teaching-learning process.

ANTECEDENTES

El Instituto Tecnológico de Matamoros es una institución de educación superior que ofrece once programas educativos, de los cuales, uno es Ingeniería Mecatrónica, plan de estudios considerado para esta investigación, mediante un estudio de caso, donde participaron 33 estudiantes, en el periodo enero-junio 2023, con la asignatura de Cálculo Vectorial, la cual contribuye, al desarrollar un pensamiento lógico-matemático, al perfil del ingeniero y aporta las herramientas básicas de los vectores y su aplicación.

El proceso de enseñanza-aprendizaje está basado en el Modelo Educativo para el Siglo XXI: Formación y desarrollo de competencias profesionales que opera el Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos (SNIT), actualmente Tecnológico Nacional de México (TecNM). Se sustenta en tres dimensiones: la filosófica, que con base en valores le dan sentido y dirección

¹ Profesor de tiempo completo. Tecnológico Nacional de México, IT de Matamoros, hector.hm@matamoros.tecnm.mx

² Jefa del departamento de Metal-Mecánica Tecnológico Nacional de México, IT de Matamoros, itlalin.oh@matamoros.tecnm.mx

³ Profesor de asignatura. Tecnológico Nacional de México, IT de Matamoros, patricia.ba@matamoros.tecnm.mx

humana, histórica y política; la académica, que integra los parámetros de referencia para la formación profesional, la concepción del aprendizaje y sus condiciones, así como los estándares de la práctica educativa y la organizacional, que coadyuva al cumplimiento de los fines del Modelo y garantiza la correcta aplicación de los recursos (Dirección General de Educación Superior Tecnológica [DGEST], 2012).

Como menciona León (2021), se plantea la utilización de la realidad aumentada como recurso didáctico que aporte en los estudiantes un aprendizaje significativo y la utilización de herramientas tecnológicas como celulares o Tablet, esto lleva al docente a estar más actualizado frente a los avances tecnológicos que se presentan cada día.

De acuerdo con Ortiz (2015), la educación superior necesita un cambio para entregar a la sociedad egresados capaces de enfrentarse a los cambios de nuestra época, que sean competentes mediante el uso de las nuevas tecnologías. La Educación de las Matemáticas no es la excepción, ya que, pueden incorporarse herramientas pedagógicas al proceso de enseñanza aprendizaje. Por ello, se utilizó GeoGebra, que es una herramienta tecnológica que reúne, dinámicamente, álgebra y geometría, análisis y hoja de cálculo, y es una potente herramienta en armonía con una interfaz intuitiva y ágil, que permite al estudiante agilizar el aprendizaje en 3 dimensiones de manera visual, fortaleciendo el proceso educativo (Ortiz y Rosario, 2020), que impulsa la investigación científica y la innovación tecnológica, la transferencia de tecnologías y la creatividad.

También se utilizó Realidad Aumentada (RA), que es una tecnología que permite al usuario estar en un entorno real agregado; es decir, con información agregada, generada por la computadora o algún dispositivo móvil, que “mejore” los datos que tenemos acerca del entorno real. La RA comprende una mezcla de gráficos por computadora, visión artificial y multimedia, de forma que el usuario pueda perfeccionar su percepción del mundo real, mediante la anexión de información virtual.

Problema de estudio

Durante la impartición de la asignatura de Cálculo Vectorial se observa que los estudiantes presentan dificultad en el entendimiento de R^3 , en los temas en 3 dimensiones, direcciones, magnitudes, orientación de los octantes y la representación de los vectores.

Si los estudiantes presentan dificultad en comprender los temas abordados en el plan de estudios, no alcanzan la competencia y no acreditan el tema 1, lo que se ve reflejado en un alto índice de reprobación.

Objetivo

El objetivo de este estudio es reducir el índice de reprobación, logrando el aprendizaje de los temas en 3 dimensiones de la asignatura de Cálculo Vectorial y que logren la competencia mediante el uso de las herramientas tecnológicas usando GeoGebra y RA.

Pregunta de investigación

¿El uso de GeoGebra y Realidad Aumentada permitirán al estudiante alcanzar las competencias del tema 1 de la asignatura de Cálculo Vectorial?

Justificación del estudio

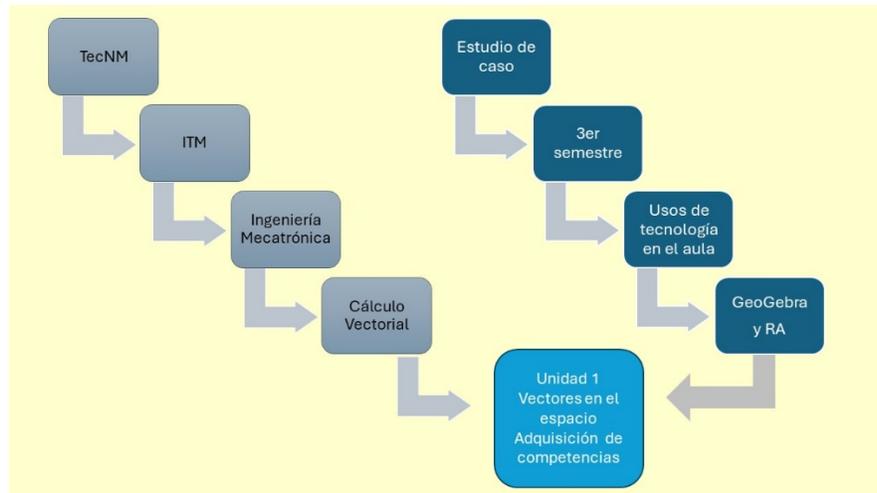
Se llevó a cabo este trabajo de investigación con el objetivo de implementar estrategias con

el uso de herramientas tecnológicas que permitan al estudiante alcanzar las competencias específicas mediante las actividades de aprendizaje descritas en la asignatura.

Contexto de la investigación

Esta investigación se llevó a cabo en Tecnológico Nacional de México campus Instituto Tecnológico de Matamoros en la carrera de Ingeniería Mecatrónica como un estudio de caso, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Contexto de la investigación



Limitaciones de la investigación

Las limitantes presentadas fueron: que los estudiantes no contaran con un teléfono celular de reciente generación y el acceso a internet.

METODOLOGÍA

La realidad aumentada (RA) es una tecnología emergente que combina la información física con la información virtual para crear una nueva realidad, esto permite ampliar lo que nuestros sentidos captan permitiendo generar imágenes tridimensionales. Por tal razón se convierte en una gran alternativa de aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento, siendo el puente entre el conocimiento teórico y la práctica (López et al., 2023). La investigación busca identificar si usando como herramienta la RA los estudiantes alcanzan las competencias solicitadas en el programa de la asignatura.

Esta investigación se llevó a cabo a través de las siguientes etapas:

Encuesta sobre el conocimiento y el uso del manejo de las herramientas de GeoGebra y RA, previo a su uso.

Proceso de enseñanza-aprendizaje mediante educación basada en competencias, para la asignatura de Cálculo Vectorial con el tema: Operaciones con vectores y su geometría.

Uso de GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo de los temas.

Uso de RA, mediante GeoGebra, como herramienta para generar la vista en tres dimensiones
Medición de los resultados mediante la evaluación del Tema 1 correspondiente al temario de

la asignatura.

Etapa 1: Encuesta sobre el conocimiento y el uso del manejo de la herramienta de GeoGebra y RA, previo a su uso

El grupo donde se aplicó la metodología consta de 33 estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecatrónica, al cual se le aplicó una encuesta que constó de las siguientes preguntas:

¿Conoces el software de GeoGebra?

¿Has utilizado el software de GeoGebra en alguna clase de cálculo?

¿Conoces la Herramienta de RA de GeoGebra?

¿Has utilizado la herramienta de RA de GeoGebra?

Etapa 2: Proceso de enseñanza aprendizaje mediante educación basada en competencias

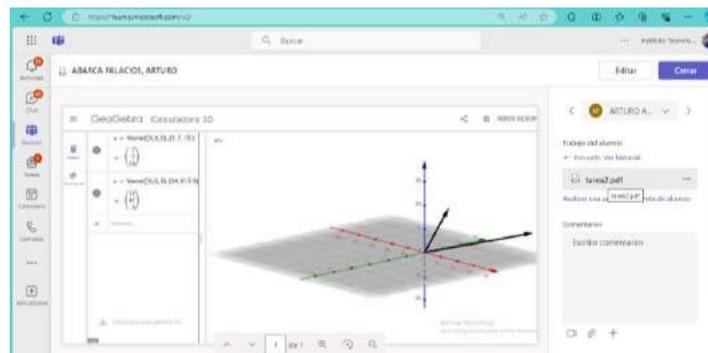
En esta etapa de la investigación, se inicia con la cátedra dentro del aula, basada en el modelo de competencias utilizado en el TecNM, abordándose los diferentes temas correspondientes a la asignatura, dentro de los cuales se da a conocer lo que es un vector, sus características, operaciones, con el uso del método gráfico y el analítico.

Etapa 3: Uso de GeoGebra como estrategia didáctica para el desarrollo de los temas

En esta etapa de la investigación fue necesario introducir a los estudiantes en el uso y manejo del software de GeoGebra y, una vez que tuvieron el dominio de éste, posteriormente se desarrollaron actividades con los temas correspondientes a la asignatura de Cálculo Vectorial en el tema número uno: Vectores en el espacio, entre los que destacan: 1.1 Definición de un vector en el plano y en el espacio y su interpretación geométrica; 1.2 Álgebra vectorial y su geometría; 1.3 Producto escalar y vectorial.

Lo anterior se llevó a cabo a través del desarrollo de ejercicios y tareas mediante la aplicación del software y su envío para revisión por medio de la plataforma Microsoft Teams como se aprecia en la Figura 2.

Figura 2. *Uso de Teams para el envío de actividades desarrolladas en GeoGebra*



Etapa 4: Uso de RA mediante GeoGebra como herramienta para generar la vista de tres dimensiones

El uso de realidad aumentada mediante el software de GeoGebra fue realizado con el uso necesario de un teléfono celular, y se siguieron los siguientes pasos:

¿Cómo generar RA usando GeoGebra?

Crear una cuenta en la página oficial de GeoGebra.
Iniciar la calculadora considerando la sección 3D.

Crear tu actividad y guardarla

Descargar en el teléfono celular la aplicación de GeoGebra AR.

Verifica que la actividad que diseñaste en la página de GeoGebra esté en modo público.

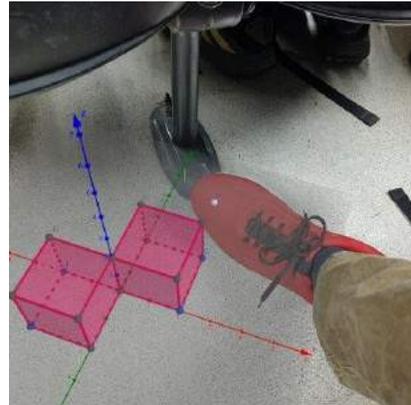
Abre la aplicación GeoGebra AR en el teléfono celular y selecciona el comando busca, y coloca el código de la actividad que generaste.

Por ejemplo: <https://www.geogebra.org/m/zdedbnbp>

Una vez que la seleccionas, se debe colocar la cámara del teléfono celular sobre una superficie lisa para generar la realidad aumentada.

Algunas de las imágenes generadas por los estudiantes se encuentran a continuación, en las Figuras 3 y 4:

Figuras 3 y 4. *Fotografías generados por estudiantes con RA en GeoGebra*



Etapa 5: Medición de los resultados mediante la evaluación del Tema 1 correspondiente al temario de la asignatura

En esta etapa se realizó un análisis comparativo en cuanto al desarrollo de competencias mediante las actividades realizadas en el cuaderno, con el uso de GeoGebra y con RA. Los cuales se describen a detalle en la sección de resultados. Según Ortiz y Mejía (2019), GeoGebra es una aplicación se encuentra en la categoría de software de geometría dinámica, mediante la cual se pueden realizar representaciones graficas.

RESULTADOS

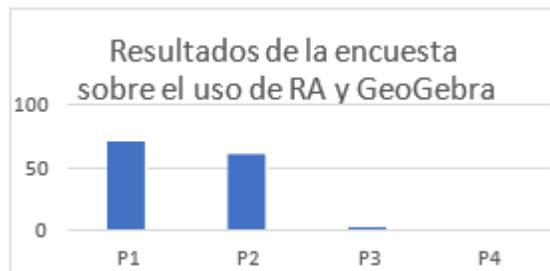
En la encuesta preliminar se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 1. Resultados de la encuesta a los estudiantes

Pregunta	Muestra	Respuesta Si	Respuesta No	% de SI
¿Conoces el software de GeoGebra?	33	23	10	70%
¿Has utilizado el software de GeoGebra en alguna clase de cálculo?	33	20	13	60.06%
¿Conoces la Herramienta de RA de GeoGebra?	33	1	32	3.03%
¿Has utilizado la herramienta de RA de GeoGebra?	33	0	33	0 %

De acuerdo con las cuatro preguntas, la mayoría de los estudiantes ya había utilizado GeoGebra, pero desconocían RA, como se muestra en la Figura 5:

Figura 5. Resultados de la encuesta



Al inicio del tema, los estudiantes se enfrentan a la tarea de tratar de graficar en R3 sobre un plano, es decir, sobre su cuaderno, operación que a la mayoría de los estudiantes se les dificulta en un inicio; sin embargo, el uso de GeoGebra permite tener una mejor perspectiva sobre 3 dimensiones, lo que facilita y agiliza el aprendizaje. La RA, así mismo, permite una interacción con ambientes virtuales, un aprendizaje visual y mucho más accesible, así como la interacción entre la realidad y lo que se genera basado en expresiones matemáticas. En las Figuras 6, 7, 8 y 9, se muestra una comparativa de las etapas llevadas a cabo en el aula y las plataformas usadas: Microsoft Teams.

Figura 6. Comparativa de las herramientas utilizadas en las diferentes etapas #1

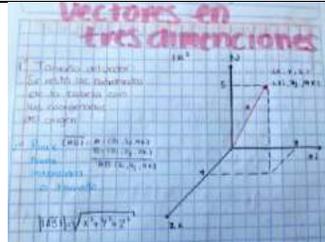
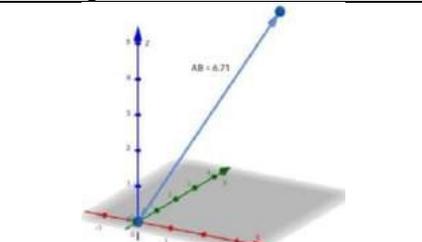
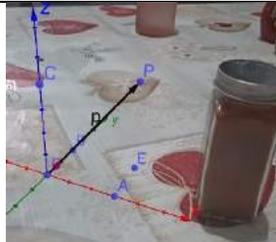
Gráfica manual en el cuaderno	Usando GeoGebra 3D	Usando fotografías con RA y GeoGebra en el teléfono celular
Tema: Representación de un vector en R3		
		

Figura 7. Comparativa de las herramientas utilizadas en las diferentes etapas #2

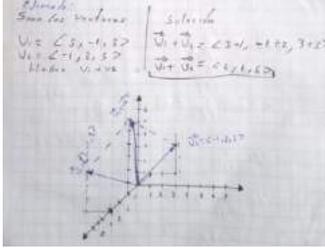
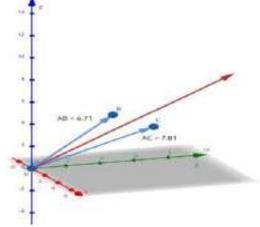
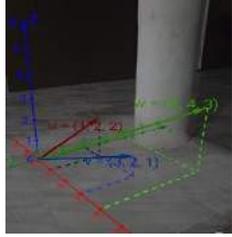
Gráfica manual en el cuaderno	Usando GeoGebra 3D	Usando fotografías con RA y GeoGebra en el celular
Tema: Suma vectorial		
		

Figura 8. Comparativa de las herramientas utilizadas en las diferentes etapas #3

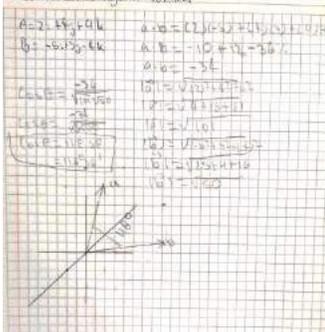
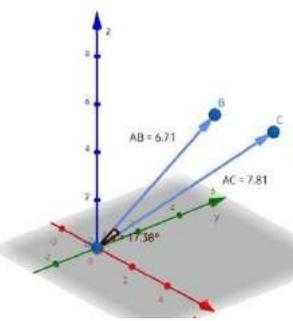
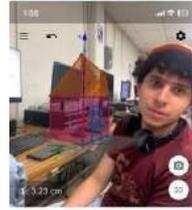
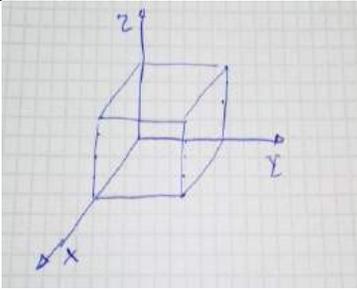
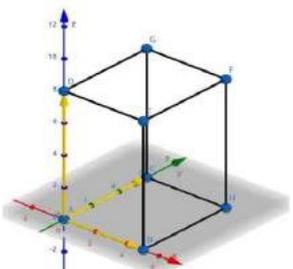
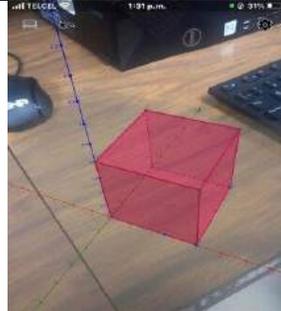
Gráfica manual en el cuaderno	Usando GeoGebra 3D	Usando fotografías con RA y GeoGebra en el celular
Tema: Producto escalar entre dos vectores		
		

Figura 9. Comparativa de las herramientas utilizadas en las diferentes etapas #4

Gráfica manual en el cuaderno	Usando GeoGebra 3D	Usando fotografías con RA y GeoGebra en el celular
Tema: Producto mixto de 2 vectores en R3		
		

Utilizando GeoGebra y RA el grupo obtuvo un 85% de aprobación en la evaluación del primer tema.

CONCLUSIONES

Los estudiantes de la asignatura de Cálculo Vectorial hicieron uso de diferentes herramientas tecnológicas para lograr el aprendizaje del tema de Vectores en el espacio y alcanzar la competencia específica establecida en el programa de la asignatura, como lo establece Acevedo et al. (2018) para que un modelo basado en competencias constituya una solución real a los problemas presentes en la educación superior son necesarias una serie de condiciones que van más allá del diseño curricular.

El uso de GeoGebra AR les permitió trabajar herramientas tecnológicas actuales, identificar espacios y dimensiones. Cabe mencionar que, el entorno virtual de aprendizaje se enfoca en una modalidad de enseñanza y aprendizaje innovadora, apoyada en Realidad Aumentada: el Desarrollo de la percepción espacial, intuiciones sobre figuras bidimensionales y tridimensionales (Chavarro y Penagos, 2021).

La realidad aumentada tiene como ventaja que permite al estudiante dimensionar, de manera mucho más práctica y real, cada paso y proceso que se realiza y, por ende, las implicaciones que tiene en el problema que se está resolviendo, así como, también permite establecer un análisis mucho más sencillo y acertado de la información que tal o cual vista nos está brindando, como lo expresó Díaz et al. (2018). De este modo, con el uso de estas herramientas tecnológicas, el 89 % de los estudiantes alcanzaron la competencia descrita en los datos generales de la asignatura, donde se espera desarrollar la capacidad de análisis y síntesis en actividades de modelación matemática; adquirir estrategias para resolver problemas; elaborar desarrollos analíticos para la adquisición de un concepto; pensar conceptualmente, desarrollar actitudes para la integración a grupos interdisciplinarios; aplicar los conocimientos adquiridos a la práctica y aprovechar los recursos que la tecnología ofrece, como el uso de las TIC (TecNM, 2010).

Agradecemos a las autoridades del Instituto Tecnológico de Matamoros por las facilidades otorgadas para la elaboración de este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

- Acevedo, J., Escalante, N. y Ortiz, C. (2018). El proyecto como estrategia didáctica para desarrollar competencias en estudiantes de ingeniería. *Pistas Educativas*, vol. 39(129).
<https://pistaseducativas.celaya.tecnm.mx/index.php/pistas/issue/view/60/showToc>
- Chavarro, L. y Penagos, D. (2021). *Estrategia didáctica para mejorar las competencias matemáticas mediante el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos apoyada por realidad aumentada (GeoGebra AR) en Grado Décimo*. [Tesis de grado, Universidad de Santander].
<https://repositorio.udes.edu.co/server/api/core/bitstreams/8ee5ed5e-1d77-4077-a4d6-769367432126/content>
- Díaz, C., Morales, J. y Rojas, K. (2018). Desarrollo e implementación de un aula virtual de aprendizaje, creación de una aplicación de realidad aumentada y uso del software GeoGebra, como estrategias de enseñanza y aprendizaje para la asignatura Geometría Descriptiva en la Universidad Industrial de Santander. *Encuentros Virtual Educa*.

<https://encuentros.virtualeduca.red/storage/ponencias/argentina2018/JZcmih7bzpkxLpqh09T1GDHBUIToD8rhBEWvAoh3.pdf>

Dirección General de Educación Superior Tecnológica [DGEST] (2012). *Modelo educativo para el siglo XXI: Formación y desarrollo de competencias profesionales*. <http://www.dgest.gob.mx/director-general/modelo-educativo-para-el-siglo-xxi-formacion-y-desarrollo-de-competencias-profesionales-dp2>

Guauque, J. y Torijano, T. (2021). *Desarrollo del concepto de volumen incorporando el uso de realidad aumentada para estudiantes de grado noveno en la asignatura de Geometría*. [Tesis de Maestría, Universidad de Santander]. <https://repositorio.udesa.edu.co/entities/publication/e470dbf3-43f7-47d8-a5a0-e66cd50eb103>

León, N. (2021). *Realidad aumentada como recurso didáctico para el aprendizaje significativo de la geometría espacial* [Tesis de Maestría, Universidad de Cartagena]. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/entities/publication/57591a1f-c28f-4e88-91eb-b952a2a2146b>

López, J., Egas, J., Villacís, D. y Vizúete, F. (2023). Aplicación de la Realidad Aumentada y aprendizaje de la geometría en el espacio para tercero de bachillerato de la Unidad Educativa El Empalme. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar* 7(1), pp. 9446-9462. <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/5140>

Ortíz, C. (2015). Proyectos, un aprendizaje para generar competencias. *Revista ANFEI Digital*, núm. 2. <https://www.anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/158>

Ortíz, C. y Mejía, M. (2019). GeoGebra como herramienta en la enseñanza del cálculo para adquirir competencias en estudiantes de ingeniería. *Revista ANFEI Digital*, núm. 11. <https://www.anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/610>

Ortíz, C. y Rosario, J. (2020). Aplicación móvil de GeoGebra, herramienta en la enseñanza del cálculo vectorial generadora de competencias. *Revista ANFEI digital*, núm. 12. <https://www.anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/701>

Panzi, M., Estévez, T., Vázquez, C. y Venegas, J. (2019). La realidad aumentada como herramienta para el desarrollo de las competencias disciplinares en el aprendizaje de la aplicación de la derivada. En *Comprender el entorno. Camino hacia el conocimiento*. Instituto de Estudios Superiores del Valle de Orizaba, S. C. <https://www.univo.edu.mx/web/ForoUniVO/Home/Memorias/2019.pdf#page=56>

Tecnológico Nacional de México (2010). Planes y programas 2009-2010. <https://www.tecnm.mx/docencia/planes-de-estudio-2009-2010>