ELIMINATORIA MATEMÁTICAS 6CCB

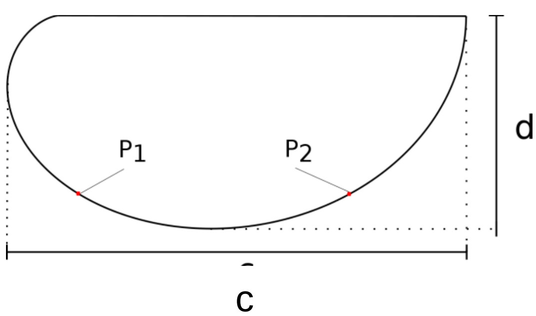
1. Un estudiante de ingeniería diseña el plan de vuelo para un drone, la trayectoria que sigue es:

$$x = 4t - 8tsen(t)$$
$$y = 4 - tcos(t)$$

Si el drone parte desde el punto $(0,4)$, ¿En cuánto tiempo llegará al punto $(-20.2971, 9.1171)$?

a. 8.49 segundos
b. 9 segundos
c. 8 segundos
d. 5.11 segundos

2. En una fábrica de levas se requiere diseñar una caja para empaquetarlas, el contorno de cada leva sigue la trayectoria,

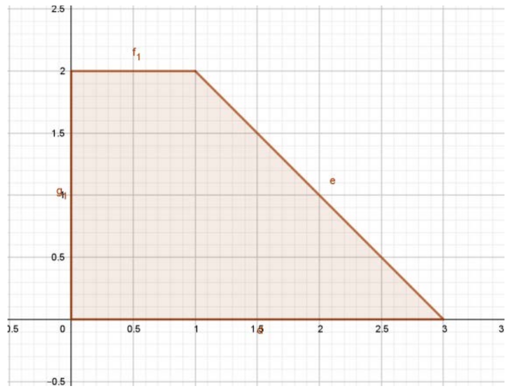


$$x = 1.75\big(1 + cos(t)\big)cos(t)$$
$$y = 1.75(1 + \cos(t))sen(t)$$

Siempre que $\pi < t < 2\pi$, tal como se muestra en la figura. ¿Cuáles deben ser las dimensiones mínimas para c y d de la caja?

a. c=3.937 y d=2.273
b. c=2.187 y d=2.273
c. c=2.273 y d=3.937
d. c=3.937 y d=2.187

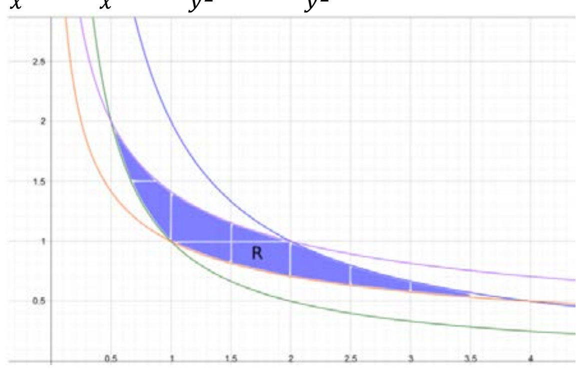
3. Calcule el trabajo realizado al recorrer la trayectoria definida por el perímetro del cuadrilátero denotado por los vértices $(0,0)\ m$, $(3,0)\ m$, $(1,2)\ m$ y $(0,2)\ m$, en sentido positivo a las manecillas del reloj dentro del campo de fuerza
$F(x,y) = (x^2 - y^2)\hat{\imath} + 2xy\hat{\jmath}$ N.



Opciones:

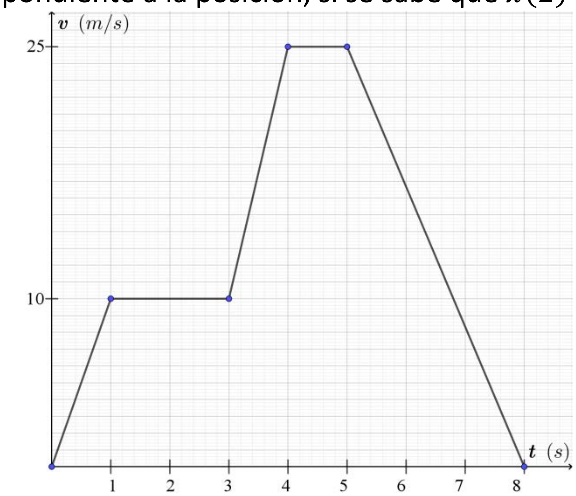
a. $\frac{55}{3}$ N m
b. 0 N m
c. $\frac{28}{3}$ N m
d. $\frac{44}{3}$ N m

4. Determine el jacobiano de la transformación que convierte a la región R (ver figura) delimitada por $y \geq \frac{1}{x}$, $y \leq \frac{2}{x}$, $x \geq \frac{1}{y^2}$ y $x \leq \frac{2}{y^2}$, en un cuadrado S.



a. $\frac{1}{xy^2}$
b. xy^2
c. $-xy^2$
d. $-\frac{1}{xy^2}$

5. El gráfico de la figura representa la velocidad de un móvil en trayectoria recta. Determine la expresión correspondiente a la posición, si se sabe que $x(2) = 20\ m$.



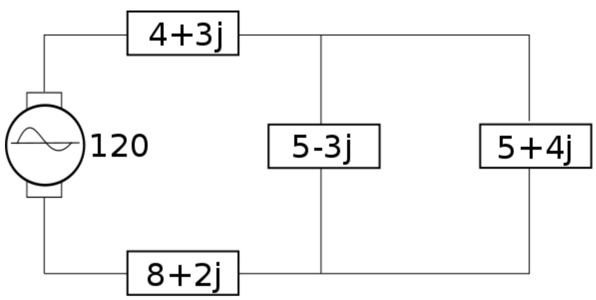
a. $$x(t) = \begin{cases} 5t^2 + 5, & 0 \le t < 1 \\ 10t, & 1 \le t < 3 \\ \frac{15}{2}t^2 - 35t + \frac{135}{2}, & 3 \le t < 4 \\ 25t - \frac{105}{2}, & 4 \le t < 5 \\ -\frac{25}{3}t^2 + \frac{200}{3}t - \frac{470}{3}, & 5 \le t \le 8 \end{cases}$$

b. $$x(t) = \begin{cases} 5t^2 + 5, & 0 \le t < 1 \\ 10t, & 1 \le t < 3 \\ \frac{16}{2}t^2 - 35t + \frac{135}{3}, & 3 \le t < 4 \\ 25t - \frac{105}{2}, & 4 \le t < 5 \\ -\frac{26}{3}t^2 + \frac{200}{3}t - \frac{470}{3}, & 5 \le t \le 8 \end{cases}$$

c. $$x(t) = \begin{cases} 5t^2 + 5, & 0 \le t < 1 \\ 10t, & 1 \le t < 3 \\ \frac{15}{2}t^2 - 35t + \frac{135}{2}, & 3 \le t < 4 \\ 25t - \frac{105}{2}, & 4 \le t < 5 \\ -\frac{25}{2}t^2 + \frac{200}{3}t - \frac{170}{3}, & 5 \le t \le 8 \end{cases}$$

d. $x(t) = \begin{cases} 5t^2 + 5, & 0 \leq t < 1 \\ 10t, & 1 \leq t < 3 \\ \frac{1}{2}t^2 - 35t + \frac{135}{2}, & 3 \leq t < 4 \\ 25t - \frac{15}{2}, & 4 \leq t < 5 \\ -\frac{5}{3}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{470}{3}, & 5 \leq t \leq 8 \end{cases}$

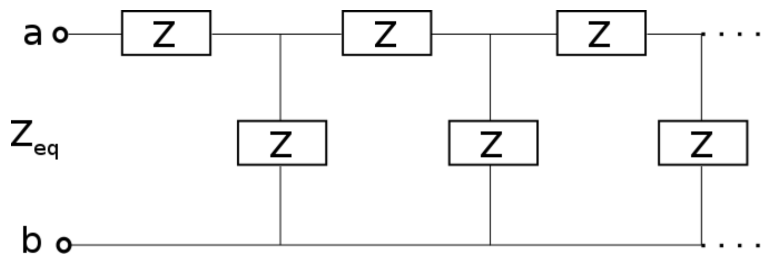
6. En una tabilla electrónica se conectan elementos, como se muestra en el circuito. Se adiciona una carga $Z_L = 5 + 4j$. Determine la corriente y el voltaje que pasa por dicha carga si el sistema de ecuaciones es:



$$\begin{aligned} 120 &= (17 + 2j)I_1 - (5 - 3j)I_2 \\ 0 &= -(5 - 3j)I_1 + (10 + j)I_2 \end{aligned}$$

a. $I = 2.431 - 3.440j$ A; $V = 25.915 - 7.475j$ V
b. $I = 6.902 - 2.252j$ A; $V = 43.519 + 16.343j$ V
c. $I = 6.902 - 2.252j$ A; $V = 27.750 - 31.969j$ V
d. $I = 2.431 - 3.440j$ A; $V = 1.835 - 24.493j$ V

7. Suponiendo que se quiere conectar una red de computadoras, todas con la misma impedancia Z, idealizado como el siguiente diagrama:



Determine la carga total equivalente, si la red se extiende indefinidamente.

a. $Z_{eq} = \sqrt{3}\, Z$
b. $Z_{eq} = \ Z$
c. $Z_{eq} = \sqrt{5}\, Z$
d. $Z_{eq} = \sqrt{3}\,(Z + 1)$

8. Para el modelo de masa resorte sin fricción, utilizando una masa de $m = \frac{1}{2}$ kg y coeficiente de restitución del resorte $k = 1$ N/m, con condiciones iniciales $x\,(0) = 0$ m y $x'(0) = 1$ m/s. Determine la función de la dinámica del bloque.

a. $x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} sen(\sqrt{2}\, t)$
b. $x(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} sen(\sqrt{2}\, t)$
c. $x(t) = -\frac{\sqrt{2}}{4} sen(\sqrt{2}\, t)$
d. $x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} cos(\sqrt{2}\, t)$

9. Calcule la transformada inversa de la función

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 7s + 10}$$

a. $y(t) = \frac{1}{3}(e^{-5t} - e^{2t})$
b. $y(t) = \frac{1}{3}(e^{-5t} + e^{2t})$
c. $y(t) = \frac{1}{3}(e^{5t} - e^{-2t})$
d. $y(t) = \frac{1}{3}(e^{-5t} - e^{2t})$ se cambió por $y(t) = \frac{1}{3}(e^{+5t} + e^{2t})$

e.

10. Para el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, escriba la representación matricial de un sistema de bloques y resortes como un sistema equivalente de ecuaciones de primer orden.

$$2\frac{d^2x_1}{dt^2}+5\frac{dx_1}{dt}-5\frac{dx_2}{dt}+12x_1-2x_2=0$$

$$3\frac{d^2x_2}{dt^2}-5\frac{dx_1}{dt}+5\frac{dx_2}{dt}-2x_1+2x_2=0$$

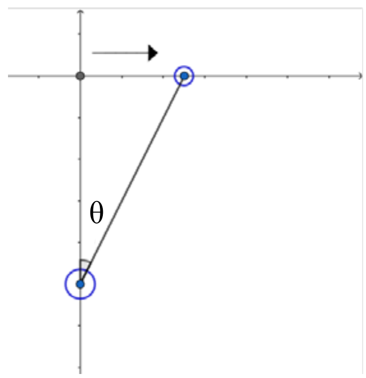
a. $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & -2.5 & 2.5 \\ 0.66 & -0.66 & 1.66 & -1.66 \end{bmatrix}$

b. $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & -1 & -2.5 & 2.5 \\ 0.66 & -0.66 & 1.66 & -1.66 \end{bmatrix}$

c. $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & -2.5 & 2.5 \\ 0.66 & -0.66 & -1.66 & 1.66 \end{bmatrix}$

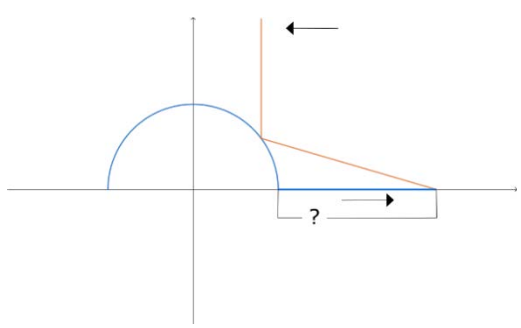
d. $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & -1 & -2.5 & 2.5 \\ -0.66 & -0.66 & 1.66 & -1.66 \end{bmatrix}$

11. Una cámara fija en el punto $(0,100)$ m sigue a un objetivo que se desplaza en línea recta sobre el eje x a velocidad constante 4 Km/h. Calcule la velocidad angular, en radianes por hora, que debe llevar la cámara para poder seguir al objetivo en función del tiempo.



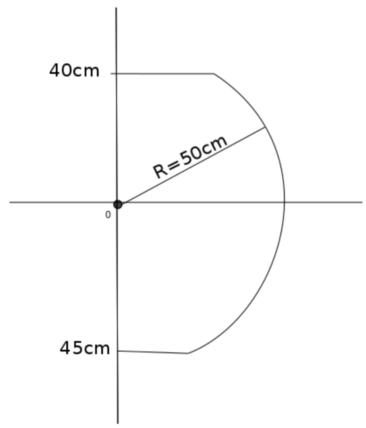
a. $\frac{40}{1+1600t^2}$
b. $\frac{400}{100^2+16t^2}$
c. $\frac{4}{\sqrt{100^2+16t^2}}$
d. $\frac{4}{\sqrt{0.1^2+16t^2}}$

12. Se tiene un láser montado sobre una base que puede moverse paralelo al eje x a una altura de 10 cm sobre el eje x. Se tiene un espejo en forma de media circunferencia de radio 5 centrada en el origen. Si el láser se desplaza encendido desde el punto (5,10) cm al punto (4,10) cm, calcule la distancia que recorre el reflejo del láser sobre el eje x.



a. 9.28 cm
b. el reflejo ya no toca el eje x.
c. 14.28 cm
d. 11.28 cm

13. Se requiere pintar 800 tanques de agua cuyo perfil es el corte transversal que se muestra en la figura. Determine la cantidad de pintura necesaria para cubrir la superficie total, si se sabe que 1 litro de pintura cubre $12\ m^2$.



a. 178.024 L
b. 126.200 L
c. 240.855 L
d. 225.147 L